ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 21 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2014

**И. Р. Каюмов, А. Н. Чупрунов** (Казань, КФУ). **О вероятности исправления ошибок в сообщениях при помехоустойчивом кодировании.**

Рассмотрим некоторую обобщенную схему размещения $n$ независимых серий частиц по $N$ ячейкам (см. об обобщенных схемах размещения монографию В. Ф. Колчина [1]). Каждая серия состоит из $m$ частиц. Обозначим через $p_{nN}$ вероятность события, состоящего в том, что в каждой ячейке оказалось не более $r$ частиц из одной серии, где $r$ — фиксированное число. Вероятность $p_{nN}$ в различных схемах размещения таких, как схема размещения различимых частиц, схема размещения неразличимых частиц, схема размещения цветных частиц, имеет представление

$$p_{nN} = \left(\frac{a_m(S_r^N)}{(a_m(S^N))}\right)^n = \left(\frac{\frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{(S_r(z))^N}{z^{m+1}}dz}{\frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{(S(z))^N}{z^{m+1}}dz}\right)^n. \qquad (1)$$

где $S(z) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k$, — аналитическая в окрестности нуля функция, $S_r(z) = a_0 + \sum_{k=1}^{r} a_k z^k$, $a_m(S^N)$ — $m$-й коэффициент разложения функции $(S)^N$, $a_m(S_r^N)$ — $m$-й коэффициент разложения функции $(S_r)^N$, $C$ — замкнутый контур, внутренность которого не содержит нулей функций $S$ и $S_r$.

Вероятность $p_{nN}$ имеет следующее применение к теории помехоустойчивого кодирования. Рассмотрим код, который позволяет исправить в блоке не больше $r$ ошибок типа замещения. Частным случаем такого кода является код Хемминга. Пусть мы имеем $n$ сообщений. Каждое сообщение имеет $N$ блоков и содержит $m$ ошибок. Мы предполагаем, что вероятности, связанные с различными сообщениями независимы и ошибки распределяются по блокам сообщения согласно некоторой схемы размещения. Интерпретируя ошибки как частицы, а ячейки как блоки, замечаем, что $p_{nN}$ — вероятность события, состоящего в том, что ошибки во всех $n$ сообщениях будут исправлены.

Положим $\alpha = n/N$.

**Теорема** *Пусть* $r \geqslant 1$, $m > r$, $a_0, a_1 > 0$. *Пусть* $\alpha = o(N^r)$ *при* $n, N \to \infty$. *Тогда*

$$p_{nN} = \exp\left[\frac{-m(m-1)\cdots(m-r)}{N^{r-1}}\frac{a_{r+1}}{a_1^{r+1}}\alpha\left(1 + O\left(\frac{1}{N}\right)\right)\right], \quad n, N \to \infty.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колчин В. Ф.* Случайные графы. М.: Физматлит, 2000, 256 с.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2014 г.