ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 21 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2014

Е. Н. Даценко, **Н. И. Васильев**, **Н. Н. Авакимян** (Краснодар, КубГТУ). **Моделирование фильтрации нефти в пористой среде течением в круглой трубе переменного сечения.**

Определение сопротивления течения жидкости к забою скважины одна из важных задач подземной гидравлики. Течение жидкости в пористых средах подробно рассмотрены И. А. Чарным, однако Л. Юрен, пользуясь тем, что течение жидкости к скважине можно приближенно представить плоским или сферическим, зависящим только от расстояния до скважины, т. е. одномерным, показал, что течение жидкости в пористых средах к скважине можно представить как течение жидкости в круглой трубе переменного сечения, с коэффициентом гидравлического сопротивления, зависящим от длины трубы.

Коэффициент гидравлического сопротивления в круглой трубе переменного сечения можно представить в дифференциальной форме закона Дарси-Вейсбаха:

$$\lambda = \frac{4r_э(r)}{\rho V^2}\,\frac{dP}{dl} = \frac{4r_э}{\rho V^2}\,\frac{dP}{dr}\,\frac{dr}{dl}, \tag{1}$$

где $r_э(r)$ — текущий радиус эквивалентной трубы; V, ρ — скорость и плотность жидкости, соответственно; P — давление; l — образующая эквивалентной трубы.

Отсюда находим гидравлическое сопротивление плоского (двухмерного) и трехмерного течения:

$$\lambda_2(r) = \frac{8\sqrt{2}\,\pi\, h\sqrt{h}\, r\sqrt{r}\,\mu}{\rho\, Q\sqrt{1+\frac{h}{2r}}\,k} \tag{2}$$

$$\lambda_3(r) = \frac{8\sqrt{2}\,\pi\, r^3\,\mu}{\rho\, Q\sqrt{3}\,k} \tag{3}$$

где r — текущий радиус; Q — расход; k — проницаемость породы; — вязкость жидкости; h — толщина пласта.

Определяем среднее $\overline{\lambda}_{2,3}$ от r_c до r_k (r_c — радиус скважины; r_k — радиус контура питания):

$$\overline{\lambda}_3 = \frac{1}{r_k - r_c}\int_{r_c}^{r_k}\lambda_3(r)\,dr = \frac{1}{r_k - r_c}\,\frac{2\sqrt{2}\,\pi\,\mu}{\rho\, Q\,\sqrt{3}\,k}\int_{r_c}^{r_k} r^3 dr = \frac{2\sqrt{2}\,\pi\,\mu\,(r_k^4 - r_c^4)}{\sqrt{3}\,\rho\, Q\, k(r_k - r_c)}. \tag{4}$$

Для двухмерного течения во всем диапазоне изменения радиуса r $r_c \leqslant r \leqslant r_k$, $\frac{hk}{2r} \ll 1$, поэтому среднюю величину $\overline{\lambda}_2$ можно определить по формуле:

$$\lambda_2(r) = \frac{1}{r_k - r_c}\,\frac{8\sqrt{2}\,\pi\,\sqrt{h}\,h\,\mu}{\rho\, Q\, k}\int_{r_c}^{r_k} r^{3/2} dr = \frac{16\sqrt{2}\,\pi\, h^{3/2}\,\mu(r_k^{5/2} - r_c^{5/2})}{5\,\rho\, Q\, k(r_k - r_c)}. \tag{5}$$

Для оценочного расчета примем $h = 10$ м, $\rho = 800$ кг/м^3, $k = 2\cdot 10^{-12}$ м^2, $\mu = 0{,}008$ Па $\cdot$ с, $Q = 0{,}002$ м^3/с и построим зависимости $\lambda_2(r)$ и $\lambda_3(r)$ от радиуса контура питания скважины. Реальная зависимость располагается между этими линиями, поскольку питание реальной скважины не происходит по чисто плоскому или сферическому типу.

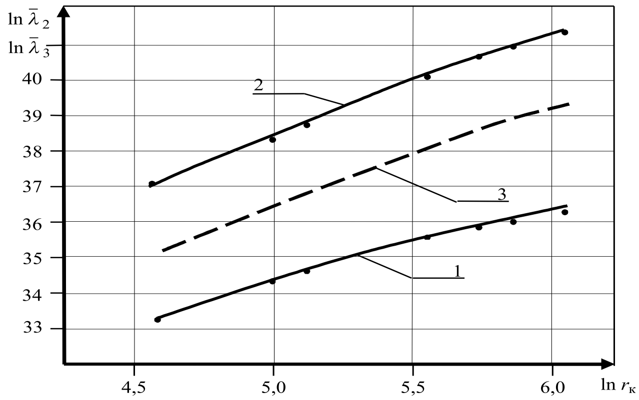

Рис. Зависимость среднего гидравлического сопротивления при фильтрационном течении нефти от величины контура питания: 1 — двухмерное течение; 2 — трехмерное течение; 3 — приток к реальной скважине

Таким образом, плоская и сферическая фильтрация в пористой среде может быть сведена к задачам трубной гидравлики, что позволяет определять гидравлические характеристики пористых сред и решать важные задачи для повышения нефтеотдачи пластов и оптимизации режимов разработки месторождений.