ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 21 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2014

А. А. Е р о ш е н к о (Москва, МГУ). **Асимптотические свойства оценки риска в задачах фильтрации сигнала с зависимым шумом.**

Рассмотрим задачу анализа зашумленной функции сигнала, заданной в дискретных точках i: $Y_i = f_i + e_i$. В нашей модели зависимый шум $\{e_i, i \in \mathbf{Z}\}$ — стационарный гауссовский процесс с нулевым средним, дисперсией σ^2 и ковариационной последовательностью $r_k = \mathbf{cov}(e_i, e_{i+k})$, описывающей долгосрочную зависимость (см. [1]). В таких задачах применимы статистические методы вейвлет-анализа. Функцию сигнала f, используя механизм ортогональных вейвлет-функций, можно разложить в ряд $f = \sum_{j,k \in Z} \langle f, \psi_{jk} \rangle \psi_{jk}$, где $\psi_{jk}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t - k)$, а $\psi(t)$ — материнская вейвлет-функция, обладающая заданными свойствами.

Оценка зашумленной функции строится на основе вейвлет-коэффициентов после применения мягкой пороговой обработки (см. [2]). Присутствие шума ведет к погрешностям в оценках. Эти погрешности зависят от неизвестных незашумленных вейвлет-коэффициентов, поэтому их вычислить нельзя, но их можно оценить.

Для модели с долгосрочной зависимостью мы показали, что при мягкой пороговой обработке с «универсальным» порогом и определенных условиях на гладкость функции сигнала данная оценка риска асимптотически нормальна и состоятельна.

На практике часто встречаются прикладные задачи, в которых данные наблюдаются не напрямую, а после воздействия некоторого линейного преобразования, например, задачи компьютерной томографии, анализа телекоммуникационного трафика, физики плазмы и т. д. В таких задачах рассматривается модель $Y_i = (Kf)_i + e_i$, где f — искомая функция, а оператор K является линейным и однородным. В этой ситуации для разложения сигнала применяются такие «вейвлетоподобные» функции $\{\xi_{jk}\}$ (вейглеты, см. [3]), что $[Kf, \xi_{jk}] = \langle f, \psi_{jk} \rangle$.

Для такой модели нами доказана асимптотическая нормальность оценки риска при пороговой обработке с «универсальным» порогом и определенных условиях на гладкость функции и свойства линейного оператора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Johnstone I. M.* Wavelet shrinkage for correlated data and inverse problems: adaptivity results. — Statist. Sinica, 1999, v. 9, № 1, p. 51–83.
2. *Donoho D.*, *Johnstone I. M.* Ideal Spatial Adaptation via Wavelet Shrinkage. — Biometrika, 1994, v. 81, № 3, p. 425–455.
3. *Donoho D.* Nonlinear solution of linear inverse problems by wavelet-vaguelette decomposition. — Appl. Comput. Harm. Anal., 1995, № 2, p. 101–126.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2014 г.