

О. Е. Кудрявцев, Н. В. Данилова (Ростов-на-Дону, Ростовский филиал РТА, ЮФУ). **Новый метод Монте-Карло вычисления цен опционов в моделях Леви.**

Задача вычисления опционов в моделях Леви вызывает большой интерес последние годы. Пусть X_t — процесс Леви, характеристическую экспоненту которого обозначим через $\psi(\xi)$. Обозначим $q > 0$, $T_q \sim \text{Exp } q$, $\bar{X}_t = \sup_{0 \leq s \leq t} X_s$ и $\underline{X}_t = \inf_{0 \leq s \leq t} X_s$ — процессы супремума и инфимума, на основе которых выполняется факторизационное тождество Винера-Хопфа:

$$\varphi_q^+(\xi) = E[e^{i\xi\bar{X}_{T_q}}], \quad \varphi_q^-(\xi) = E[e^{i\xi\underline{X}_{T_q}}], \quad \frac{q}{q + \psi(\xi)} = \varphi_q^+(\xi)\varphi_q^-(\xi).$$

Рассмотрим опцион, функция выплат которого в момент исполнения T зависит (X_T, \underline{X}_T) . Обозначим

$$V(T, x) = E^x [e^{-rT} g(X_T, \underline{X}_T) \mathbf{1}_{\{\tau_h^- > T\}}],$$

где время $t = 0$ — начало периода обращения опциона, $t = T$ — конечная дата, h — поглощающий барьер, τ_h^- — момент первого входа в $(-\infty, h]$, $g(X_T, \underline{X}_T)$ — функция выплат в момент времени T .

Вычисление функционала $V(T, x)$ можно свести к решению достаточно сложного интегро-дифференциального уравнения с частными производными. Однако, с точки зрения банковской практики, наибольший интерес представляют методы Монте-Карло, существенным недостатком которых является низкая скорость вычислений. В [1] был разработан новый метод Монте-Карло симуляции совместного распределения положения процесса Леви и его процесса супремума (инфимума) в фиксированный момент времени. Указанный метод использует рандомизацию времени T и основан на факторизации Винера-Хопфа, стационарности и независимости приращений процесса Леви. Недостатком метода является его применимость только для процессов Леви, для которых известны явные формулы факторов Винера-Хопфа.

В докладе предлагается обобщение данного метода на случай достаточно широкого класса процессов Леви, включающих в себя популярные модели Мертона, KoBoL/CGMY, Variance Gamma, Normal Inverse Gaussian и др. Аппроксимация факторов Винера-Хопфа осуществляется методом «Быстрой факторизации Винера-Хопфа», разработанным в [2, 3]. Далее, строятся функции распределения величин \bar{X}_{T_q} и \underline{X}_{T_q} выражаются через интеграл Фурье для вычисления которого можно использовать обратное БПФ для вещественнозначных функций на равномерной сетке. Обратные значения функции распределения получаются с помощью линейной интерполяции. В заключение доклада обозначено направление улучшения скорости вычислений на основе методов обращения преобразования Лапласа и указаны существующие проблемы.

Работа поддержана ЮФУ, тема № 213.01-07.2014/ПЧВГ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuznetsov A., Kyprianou A. E., Pardo J. C., van Schaik K.* A Wiener-Hopf Monte Carlo simulation technique for Lévy processes. — *Ann. Appl. Probab.*, 2011, v. 21, № 6, p. 2171–2190.
2. *Kudryavtsev O., Levendorskiĭ S.* Fast and accurate pricing of barrier options under Levy processes. — *J. Finance and Stochastics*, 2009, v. 13, № 4, p. 531–562.
3. *Кудрявцев О. Е.* Вычисление цен барьерных и американских опционов в моделях Леви. — *Обзор прикл. и промышл. матем.*, 2010, т. 17, в. 2, с. 210–220.