ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 21 **МАТЕМАТИКИ** **Выпуск 5**
2014

И. Л. Макарова, **В. И. Самарин**, **Н. Ф. Якунина** (Сочи, СГУ). **Определение границ носителей корней полного нечеткого квадратного уравнения.**

В [1] рассчитаны границы носителей корней полного нечеткого квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ на основе общих алгебраических формул для корней четкого уравнения $x_{1,2}=(-b\pm\sqrt{b^2-4ac})/(2a)$ и при любых возможных реализациях значений нечетких коэффициентов a,b,c из их соответствующих носителей: $a=(a_0;\alpha_L;\alpha_R)=\{a';a''\}$, $b=(b_0;\beta_L;\beta_R)=\{b';b''\}$, $c=(c_0;\gamma_L;\gamma_R)=\{c';c''\}$; a_0,b_0,c_0 — модальные значения коэффициентов квадратного уравнения, представляющих треугольные нечеткие числа $(R-L)$-типа; α_L и α_R, β_L и β_R, γ_L и γ_R — левые и правые коэффициенты нечеткости соответствующих коэффициентов уравнения; $a'=a_0-\alpha_L$ и $a'=a_0+\alpha_R$, $b'=b_0-\beta_L$ и $b''=b_0+\beta_R$, $c'=c_0-\gamma_L$; $c''=c_0+\gamma_R$ — соответственно левые и правые границы носителей этих коэффициентов уравнения.

Приведенные в [1] формулы определяют возможные границы корней уравнения с избытком, поэтому требуют уточняющих расчетов с учетом формул Виета. Формулы Виета — ограничения, которые делают нечеткие корни квадратного уравнения x_1 и x_2 взаимодействующими [2].

Приведем решение, например, нечеткого квадратного уравнения $\widetilde{2}x^2-\widetilde{5}x-\widetilde{3}=0$, где $a=\widetilde{2}=(2;0{,}4;0{,}8)$, т. е. $a_0=2$, $a'=1,6$ и $a''=2,8$; $b=-\widetilde{5}=(-5;0{,}7;0{,}2)$, т. е. $b_0=-5$, $b'=-5,7$, $b''=-4,8$; $c=-\widetilde{3}=(-3;0{,}9;0{,}5)$, т. е. $c_0=-3$, $c'=-3,9$, $c''=-2{,}5$.

Сначала решаем четкое уравнение $2x^2-5x-3=0$, коэффициенты которого равны своим модальным значениям. Получаем модельные значения корней: $x_{10}=3, x_{20}=-0,5$.

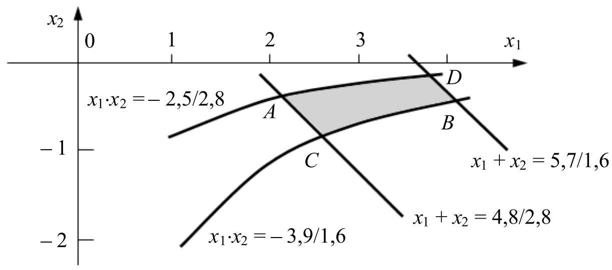
Теперь определим область допустимых значений действительных корней x_1 и x_2 уравнения, в которой для одного из корней уравнения с какой-либо комбинацией коэффициентов в пределах их соответствующих носителей существует парный для него корень этого уравнения с теми же коэффициентами. Согласно теореме Виета и правил операций над нечеткими числами при $a>0$, $b<0$ и $c<0$ для всей совокупности корней должны выполняться условия: $x_1+x_2=-b/a\in\{-b''/a'';-b'/a'\}$, $x_1\cdot x_2=c\in\{c'/a';c''/a''\}$. Для рассматриваемого уравнения получаем систему неравенств:

$$\begin{cases}-b''/a''=4,8/2,8\leqslant x_1+x_2\leqslant 5,7/1,6=-b'/a';\\ c'/a'=-3,9/1,6\leqslant x_1x_2\leqslant -2,5/2,8=c''/a''.\end{cases}$$

Для определенности полагая $x_1>0$, $x_2<0$, на основании полученной системы неравенств строим область допустимых значений корней x_1 и x_2 :

Минимальное значение носителя корня x_1 определяется соответствующей координатой «угловой» точки A полученной области, т. е. x_1' находим из системы уравнений: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -b''/a''; \\ x_1 x_2 = c''/a''. \end{cases}$ Откуда: $x_1' = \frac{-b'' + \sqrt{(b'')^2 - 4a''c''}}{2a''} \approx 2,133$, а парный ему второй корень $x_2(x_1') = \frac{-b'' - \sqrt{(b'')^2 - 4a''c''}}{2a''} = -b''/a'' - x_1' \approx -0,419$.

Максимальное значение носителя корня x_1 определяется соответствующей координатой «угловой» точки B полученной области, т. е. x_1'' находим из системы уравнений: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -b'/a'; \\ x_1 x_2 = c'/a'. \end{cases}$ Откуда: $x_1'' = \frac{-b' + \sqrt{(b')^2 - 4a'c'}}{2a'} \approx 4,150$, а парный ему второй корень $x_2(x_1'') = \frac{-b' - \sqrt{(b')^2 - 4a'c'}}{2a'} = -b'/a' - x_1'' \approx -0,5875$.



Минимальное значение носителя корня x_2 определяется соответствующей координатой «угловой» точки C полученной области, т. е. x_2' находим из системы уравнений: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -b''/a''; \\ x_1 x_2 = c'/a'. \end{cases}$ Откуда: $x_2' = \frac{-b'' - \sqrt{(b'')^2 - 4(a'')^2 c'/a'}}{2a''} \approx -0,924$, а парный ему второй корень $x_1(x_2') = \frac{-b'' + \sqrt{(b'')^2 - 4(a'')^2 c'/a'}}{2a''} = -b''/a'' - x_2' \approx 2,638$.

Максимальное значение носителя корня x_2 определяется соответствующей координатой «угловой» точки D полученной области, т. е. x_2'' находим из системы уравнений: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -b'/a'; \\ x_1 x_2 = c''/a''. \end{cases}$ Откуда: $x_2'' = \frac{-b' - \sqrt{(b')^2 - 4(a')^2 c''/a''}}{2a'} \approx -0,235$, а парный ему второй корень $x_1(x_2'') = \frac{-b' + \sqrt{(b')^2 - 4(a')^2 c''/a''}}{2a'} = -b'/a' - x_2'' \approx 3,7975$.

Таким образом, для выполненных округлений получаем $x_1 = \{x_1'; x_1''\} \approx \{2,133; 4,150\}$, $x_2 = \{x_2'; x_2''\} \approx \{-0,924; -0,235\}$. Согласно же [1]: $x_1 = \{x_1'; x_1''\} \approx \{1,973; 4,509\}$, $x_2 = \{x_2'; x_2''\} \approx \{-1,227; -0,098\}$. Если, например, подставить $x_1' = 1,973$ в систему неравенств $-b''/a'' \leqslant x_1' + x_2 \leqslant -b'/a'$, $c'/a' \leqslant x_1' x_2 \leqslant c''/a''$, то получим $x_2 \in \varnothing$.

Формулы граничных значений носителей действительных корней нечеткого квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ для $a > 0$ сведены в таблицу; если в исходном уравнении $a < 0$, то все уравнение следует умножить на -1 по правилу этой операции над нечеткими числами, и решить полученное уравнение, равносильное исходному:

Знаки a, b, c	Знаки корней	$x_1'; x_1''$	$x_2'; x_2''$	Парные корни
$a > 0$ $b > 0$ $c > 0$	$x_1 < 0$ $x_2 < 0$ $(x_{20} < x_{10})$	$x_1' = \frac{-b'' - \sqrt{(b'')^2 - 4(a')^2\, c'/a''}}{2a'}$ $x_1'' = \frac{-b'' + \sqrt{(b'')^2 - 4(a')^2\, c'/a''}}{2a'}$	$x_2' = x_1'$ $x_2'' = x_1''$	$x_2(x_1') = x_2''$ $x_2(x_1'') = x_2'$ $x_1(x_2') = x_1''$ $x_1(x_2'') = x_1'$
$a > 0$ $b > 0$ $c < 0$	$x_1 > 0$ $x_2 < 0$	$x_1' = \frac{-b'' + \sqrt{(b'')^2 - 4(a')^2\, c''/a''}}{2a'}$ $x_1'' = \frac{-b' + \sqrt{(b')^2 - 4(a'')^2\, c'/a'}}{2a''}$	$x_2' = \frac{-b'' - \sqrt{(b'')^2 - 4a'c'}}{2a'}$ $x_2'' = \frac{-b' - \sqrt{(b')^2 - 4a''c''}}{2a''}$	$x_2(x_1') = -b''/a' - x_1'$ $x_2(x_1'') = -b'/a'' - x_1''$ $x_1(x_2') = -b''/a' - x_2'$ $x_1(x_2'') = -b'/a'' - x_2''$
$a > 0$ $b < 0$ $c > 0$	$x_1 > 0$ $x_2 > 0$ $(x_{20} < x_{10})$	$x_1' = \frac{-b' - \sqrt{(b')^2 - 4(a')^2\, c'/a''}}{2a'}$ $x_1'' = \frac{-b' + \sqrt{(b')^2 - 4(a')^2\, c'/a''}}{2a'}$	$x_2' = x_1'$ $x_2'' = x_1''$	$x_2(x_1') = x_2''$ $x_2(x_1'') = x_2'$ $x_1(x_2') = x_1''$ $x_1(x_2'') = x_1'$
$a > 0$ $b < 0$ $c < 0$	$x_1 > 0$ $x_2 < 0$	$x_1' = \frac{-b'' + \sqrt{(b'')^2 - 4a''c''}}{2a''}$ $x_1'' = \frac{-b' + \sqrt{(b')^2 - 4a'c'}}{2a'}$	$x_2' = \frac{-b'' - \sqrt{(b'')^2 - 4(a'')^2 c'/a'}}{2a''}$ $x_2'' = \frac{-b' - \sqrt{(b')^2 - 4(a')^2 c''/a''}}{2a'}$	$x_2(x_1') = -b''/a'' - x_1'$ $x_2(x_1'') = -b'/a' - x_1''$ $x_1(x_2') = -b''/a'' - x_2'$ $x_1(x_2'') = -b'/a' - x_2''$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ибрагимов В. А.* Элементы нечеткой математики. Баку, АГНА, 2010, 394 с.
2. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976, 165 с.