

В. И. Астафьев, П. В. Ротерс (Самара, СамГТУ). **Продуктивность разработки месторождений углеводородов многоскважинными двоякопериодическими кластерами.**

Работа посвящена исследованию продуктивности многоскважинных двоякопериодических систем вертикальных добывающих скважин (многоскважинных кластеров). Предполагается, что все скважины (элементы кластера) расположены в однородном замкнутом резервуаре постоянной толщины и работают с заданными дебитами в псевдо стационарном режиме. Замкнутый резервуар рассматривается как элемент бесконечного двоякопериодического массива скважин, а решение уравнений фильтрации жидкости представляется с помощью дзета и сигма-функций Вейерштрасса [1, 2]. Такой подход позволил найти распределение давления и скоростей в различных резервуарах и вычислить коэффициент продуктивности для различных резервуаров.

Рассмотрим двоякопериодический кластер, состоящий из n вертикальных скважин с дебитами Q_1, Q_2, \dots, Q_n , расположенных в точках $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Двоякопериодичность такого кластера определяется периодами ω_1 и ω_2 . В работах [1, 2] было построено решение для случая, когда в параллелограмме периодов расположена одна скважина. Решение позволило представить распределение поля скоростей и давления на комплексной плоскости $z = x + iy$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{V} &= v_x - i v_y = -\frac{Q}{2\pi h} (\zeta(z) + \alpha z - \beta \bar{z}), \\ p &= p_w + q \left[\operatorname{Re} \left(\ln \sigma(z) + \alpha \frac{z^2}{2} \right) - \beta \frac{z \bar{z}}{2} - \ln r_w \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где $\zeta(z)$ и $\sigma(z)$ — дзета и сигма-функции Вейерштрасса, $q = Q_\mu / 2\pi k h$, $\alpha = (\beta \bar{\omega} - 2\zeta(\omega/2)) / \omega$, $\beta = \pi / \Delta$, $\Delta = \operatorname{Im}(\bar{\omega}_1, \omega_2)$, $\omega = m\omega_1 + n\omega_2$ ($m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Используя метод суперпозиции, решение для многоскважинного кластера можно представить в виде [3]:

$$\bar{V}(x, y) = -\sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{2\pi h} (\zeta(z - z_k) + \alpha(z - z_k) - \beta(\bar{z} - \bar{z}_k)), \quad (2)$$

$$\bar{p}(t) - p(x, y) = \sum_{k=1}^n q_k \left(\ln R - \left[\operatorname{Re} \left\{ \ln \sigma(z - z_k) + \alpha \frac{(z - z_k)^2}{2} \right\} - \beta \frac{|z - z_k|^2}{2} \right] \right). \quad (3)$$

Здесь $R = \sqrt{\Delta} / \sqrt{4\pi^2 \operatorname{Im}\tau [(qq_1)^{1/6} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^{2n})^2 (1 - q_1^{2n})^2]}$, $q = e^{i\pi\tau}$, $q_1 = e^{-i\pi/\tau}$, $\tau = \omega_2 / \omega_1$.

Выражение $J_k = q_k / \Delta p_k$ для коэффициента продуктивности k -й скважины в кластере и общий коэффициент продуктивности $J = (q_1 + q_2 + \dots + q_n) / (p_1 + p_2 + \dots + p_n)$ для всего кластера задаются соотношениями:

$$J_k^{-1} = \sum_{i=1}^n s_{ik} \ln \frac{R}{R_{ki}}, \quad J^{-1} = \sum_{k=1}^n s_k J_k^{-1} = \sum s_k \alpha_k,$$

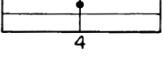
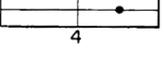
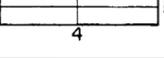
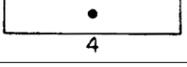
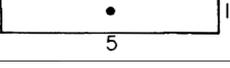
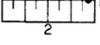
где $s_{ki} = q_k/q_i$, $s_k = q_k/(q_1 + q_2 + \dots + q_n)$, $\Delta_k = s_k \Delta$, $\alpha_k = \sum_{i=1}^n \ln(R/R_{ik})$.

Представление коэффициента продуктивности как $J_k^{-1} = (1/2) \ln(4\Delta_k/\gamma C_A^{(k)} r_w^2)$, где $C_A^{(k)}$ — форм-фактор Дитца [4] для k-й скважины в кластере, приводит к выражению:

$$\frac{C_A^{(k)}}{C_A} = s_k \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \left(\frac{\gamma C_A R_{ik}^2}{4\Delta} \right)^{s_{ik}}. \quad (4)$$

Данное выражение позволяет находить форм-факторы для многих сложных резервуаров. В табл. 1 представлены их значения, вычисленные по формуле (4), для различных форм резервуара. Все они соответствуют значениям, которые были опубликованы в работе [4].

Таблица. Значения форм-фактора Дитца, вычисленные на основе формулы (4).

	31.6		10.837
	30.881		4.522
	31.548		2.081
	27.321		2.689
	26.493		0.232
	21.918		0.116
	21.836		3.335
	5.378		3.157
	2.359		0.583
	12.984		0.112
	4.522		0.100

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-03-97008-р_поволжье_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астафьев В. И., Ротерс П. В. Моделирование двоякопериодических систем добывающих скважин. — Вестник СамГУ, 2010, № 4 (78), с. 5–11.
2. Астафьев В. И., Ротерс П. В. Моделирование двоякопериодических систем добывающих скважин. 2. Коэффициент продуктивности. — Вестник СамГУ, 2011, № 8 (89), с. 118–127.
3. Астафьев В. И., Ротерс П. В. Моделирование и оптимизация разработки месторождений многоскважинными двоякопериодическими кластерами. — Вестник СамГУ, 2013, № 9/2 (110), с. 170–183.
4. Dietz D. N. Determination of Average Reservoir Pressure From Build-Up Surveys. Rejswijk: SPE, 1964, p. 955–959.