О Б О З Р Е Н И Е
П Р И К Л А Д Н О Й И П Р О М Ы Ш Л Е Н Н О Й
Т о м 21 М А Т Е М А Т И К И В ы п у с к 4
2014

В. И. А с т а ф ь е в, Н. А. К а р и м о в (Самара, СамГТУ). **Влияние разломов пласта на характер процесса фильтрации жидкости к добывающей скважине.**

Определенная часть запасов нефти сосредоточена в трещиноватых коллекторах [1]. Характерной особенностью процесса разработки таких месторождений является несоответствие продуктивности скважин и проницаемости породы, существенная зависимость индикаторной кривой от давления и т. п. На месторождениях с трещиноватыми коллекторами часто основной приток нефти к скважине происходит через одну трещину. Наличием трещин объясняется также быстрый прорыв воды в скважину при заводнении [1].

Изучение фильтрации нефти в трещиноватых коллекторах представляет интерес также и с точки зрения применения методов гидравлического разрыва пласта (ГРП). Гидравлический разрыв пласта в настоящее время является одним из самых эффективных методов повышения нефтедобычи [2, 3]. В результате ГРП повышается дебит добывающих или приемистость нагнетательных скважин, а также повышается конечная нефтеотдача за счет приобщения к выработке слабодренируемых зон и пропластков.

В ряде случаев трещины, находящиеся в продуктивных коллекторах, могут быть заполнены малопроницаемым материалом. В этом случае они имеют меньшую проницаемость, чем основная порода (т. н. завесы).

В данной работе рассмотрены вопросы моделирования процесса фильтрации жидкости к скважине при наличии в пласте трещин (разломов) различной проницаемости, исследованию влияния таких разломов на характер процесса фильтрации жидкости, на величину продуктивности скважины с высокопроницаемой/малопроницаемой трещиной/завесой.

Рассмотрим плоский стационарный процесс фильтрации несжимаемой жидкости к вертикальной добывающей скважине в изотропной пористой среде. Данный процесс в плоскости (x, y) описывается уравнением несжимаемости и законом фильтрации Дарси

$$\mathrm{div}\vec{V} = 0, \quad \vec{V} = -(k/\mu)\mathrm{grad}\, p, \tag{1}$$

где $\vec{V}(x, y)$ — вектор скорости фильтрации жидкости, $p(x, y)$ — давление в жидкости, μ — вязкость жидкости, k — проницаемость пласта толщиной h.

Пусть в пласте с контуром питания радиуса R_c в точке $M_0(x_0, y_0)$ расположена добывающая скважина радиуса r_w с дебитом Q. Кроме этого внутри контура питания расположена трещина длиной $2l$, толщиной $2\delta(\delta \ll l)$ и проницаемостью k_f. Трещина ориентирована вдоль оси x, а центр ее совпадает с началом координат плоскости (x, y).

Комплексный потенциал данной задачи можно записать в виде [2]

$$\varphi(z) = q\Big(\ln(z - z_0) + \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^{-n}\Big), \tag{2}$$

где $q = Q\mu/2\pi kh$ — приведенный дебит добывающей скважины, $z = x+iy$, $\overline{z} = x-iy$.

Традиционно решение данной задачи строится следующим образом [2]. Трещина аппроксимируется эллипсом с полуосями l и δ. Для описания течения жидкости внутри эллипса строится свой комплексный потенциал

$$\varphi_f(z) = q_f\Big(\ln(z-z_0) + \sum_{n=0}^{\infty} d_n z^n\Big), \tag{3}$$

где $q_f = Q\mu/2\pi k_f h$. Неизвестные коэффициенты c_n и d_n потенциалов (2) и (3) находятся из условий непрерывности давления p и нормальной компоненты вектора скорости V_n на границе пласт-трещина.

Учитывая, что $\delta \ll l$, в работе [4] было предложено заменить эллипс с полуосями l и δ разрезом нулевой толщины ($-l < x < l$, $y = 0$), а влияние трещины на процесс фильтрации жидкости выразить в виде следующего граничного условия на разрезе:

$$F_{CD}\sqrt{l^2-x^2}\,\mathrm{Re}\,\varphi(x) = \mathrm{Im}\,\varphi(x), \tag{4}$$

где $F_{CD} = k_f\delta/kl$ — безразмерный коэффициент проводимости трещины [3].

Отобразив с помощью функции Жуковского $z = l(v+v^{-1})/2$ внешность разреза $-l < x < l$, $y = 0$ на внешность единичного круга $|v| = 1$, потенциал (2) в новой переменной v запишем как

$$\varphi(v) = q\Big(\ln(v-v_0) + \sum_{n=0}^{\infty} C_n v^{-n}\Big), \tag{5}$$

где $lv = z + \sqrt{(z^2-l^2)}$, $lv_0 = z_0 + \sqrt{(z_0^2-l^2)}$, $z_0 = x_0 + iy_0$, $|v_0| > 1$.

Граничное условие (4) на разрезе $-l < x < l$, $y = 0$ в переменной v можно представить в виде

$$\mathrm{Im}\,(F_{CD} v\varphi(v) - \varphi(v)) = 0, \quad v = e^{i\theta}. \tag{6}$$

Потенциал (5), удовлетворяющий граничному условию (6), будет иметь вид:

$$\varphi(v) = q\Big(\ln(v-v_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\frac{nF_CD-1}{nF_CD+1}(\overline{v}_0 v)^{-n} + C_0\Big). \tag{7}$$

Потенциал (7) удобнее представить в следующем виде:

$$\varphi(v) = q\Big(\ln\frac{v-v_0}{1-1/\overline{v}_0 v} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\overline{v}_0 v)^{-n}}{n(nF_{CD}+1)}\Big). \tag{8}$$

Учитывая, что $\ln 2(z-z_0)/l = \ln(v-v_0) + \ln(1-1/v_0 v)$, потенциал (8) в переменной z можно записать как

$$\varphi(z) = q\Big(\ln\frac{z-z_0}{(1-1/v_0 v(z))(1-1/\overline{v}_0 v(z))} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\overline{v}_0 v(z))^{-n}}{n(nF_{CD}+1)} + C_0 + \ln\frac{2}{l}\Big), \tag{9}$$

Характер течения жидкости к скважине при различных расположениях трещины и скважины и различных значениях коэффициента F_{CD} изображен на рис. 1 и рис. 2.

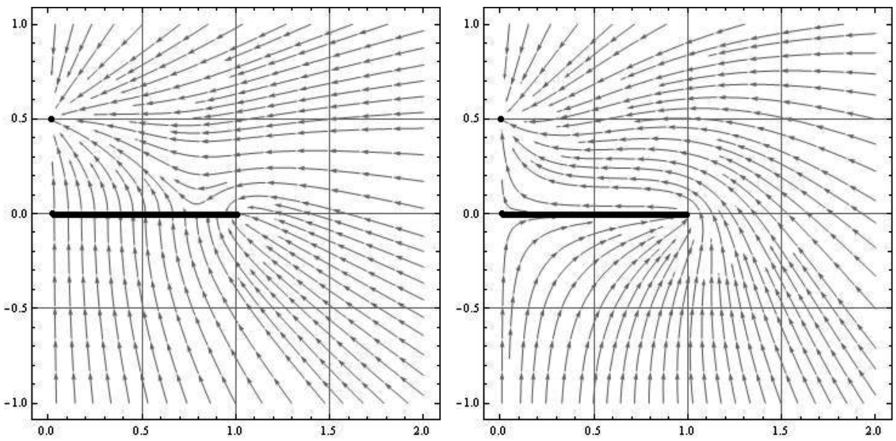

Рис. 1. Линии тока жидкости к скважине, расположенной в точке (0, 0.5) при значениях $F_{CD} = \infty$ (слева) и $F_{CD} = 0$ (справа)

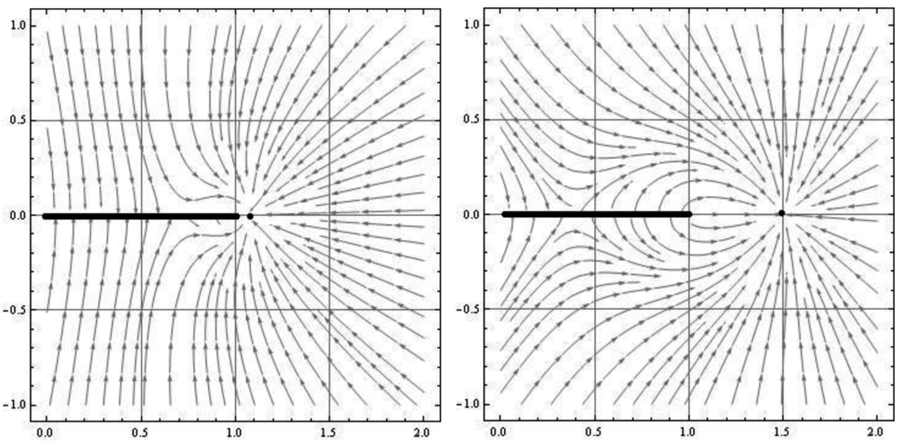

Рис. 2. Линии тока жидкости к скважине, расположенной в точке (1.05, 0) (слева) и (1.5, 0) (справа) при значении $F_{CD} = \infty$

Эффективность работы скважины выражается через безразмерный коэффициент продуктивности, обычно записываемый в виде [3]

$$J = \frac{q}{p_c - p_w} = \left(\ln \frac{R_c}{r_w} + S\right)^{-1}, \tag{10}$$

где p_c — давление на контуре питания пласта, p_w — давление на забое скважины, S — скинфактор скважины, определяющий степень отклонения течения от плоскорадиального при отсутствии трещины $(S = 0)$.

Определив из выражения (9) для потенциала $\varphi(z)$ значения p_c и p_w, для величины S можно записать следующее выражение $(v_0 = \rho_0 \exp(i\theta_0))$:

$$S = \ln|1 - v_0^{-2}| + \ln(1 - \rho_0^{-2}) + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_0^{-2n}}{n(nF_{CD} + 1)}. \tag{11}$$

В частности, при $\theta_0 = 0$ (рис. 2), когда $v_0 = \rho_0$, величина скин-фактора будет

$$S = 2\ln(1 - \rho_0^{-2}) + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_0^{-2n}}{n(nF_{CD} + 1)} = -2F_{CD} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_0^{-2n}}{nF_{CD} + 1} < 0. \tag{12}$$

При $\theta_0 = \pi/2$ (рис. 1), когда $v_0 = i\rho_0$, величина S примет следующее значение:

$$S = \ln(1 - \rho_0^{-4}) + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_0^{-2n}}{n(nF_{CD}+1)}. \tag{13}$$

Для непроницаемых трещин (завес), когда $F_{CD=0}$, величина S будет

$$S = \ln|1 - v_0^{-2}| - \ln(1 - \rho_0^{-2}), \tag{14}$$

а в высокопроницаемом случае, когда $F_{CD} = \infty$, она примет значение

$$S = \ln|1 - v_0^{-2}| + \ln(1 - \rho_0^{-2}) < 0. \tag{15}$$

Таким образом, в работе дана постановка и решена задача о фильтрации жидкости к скважине при наличии трещины различной проводимости F_{CD}. Для различных значений F_{CD} и различных расположений скважины и трещины исследован характер течения жидкости к скважине, построены линии тока, а также определен скин-фактор скважины, определяющий степень отклонения течения от плоскорадиального из-за наличия трещины.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-03-97041-р_поволжье_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фазлыев Р. Т.* Площадное заводнение нефтяных месторождений. М.-Ижевск: ИКИ, 2008, 256 с.
2. *Каневская Р. Д.* Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применение гидравлического разрыва пласта. М.: Недра, 1999, 212 с.
3. *Экономидес М.*, *Олини Р.*, *Валко П.* Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике. М.-Ижевск: ИКИ, 2007, 236 с.
4. *Астафьев В. И.*, *Федорченко Г. Д.* Моделирование фильтрации жидкости при наличии трещины гидравлического разрыва пласта. — Вестник СамГТУ. Серия: Физ.-матем. науки., 2007, № 2(15), с. 128–132.