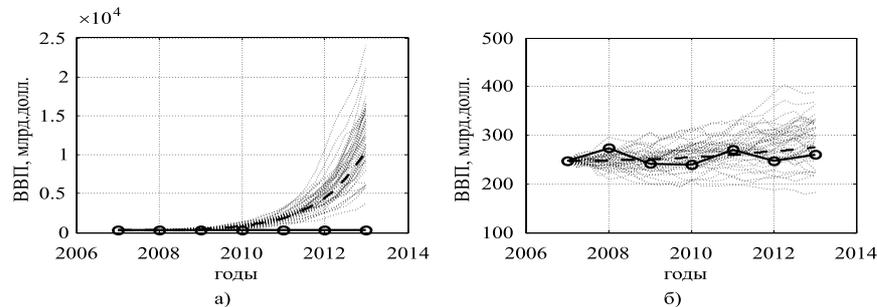


Л. Ф. Вьюненко (Санкт-Петербург, СПбГУ). **Моделирование траекторий экономического роста. Вычислительный аспект.**

Задача Коши для стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) Ито — популярная модель для описания динамики различных финансовых показателей [1]. Для численного решения такой задачи обычно используются методы, которые представляют собой модификации разностных методов, применяемых для построения решений обыкновенных дифференциальных уравнений в детерминированном случае: метод Эйлера-Маруямы, метод Мильштейна, стохастические методы Рунге-Кутты и др. [2]. Сходимость таких методов достаточно хорошо исследована, однако результаты этих исследований не дают исчерпывающих рекомендаций для практического моделирования. В детерминированном случае точность решения, полученного с помощью выбранной разностной схемы, регулируется шагом по времени, причем в практически реализуемом диапазоне значений точность возрастает с его уменьшением. При численном решении задачи для СДУ выбор шага по времени необходимо выбирать в каждом конкретном случае с учетом возникающей детерминированной погрешности, с одной стороны, и ограничений, определяемых стохастической составляющей, — с другой. На рис. 1 показаны результаты моделирования траекторий ВВП для экономики Финляндии в 2007–2013 гг., основанные на разностной схеме типа Эйлера-Маруямы, аппроксимирующей задачу Коши для СДУ [3]:

$$\begin{aligned}
 Y_{t+\Delta} &= Y_t + (A - \delta)K_t\Delta + AK_t\sqrt{\Delta}u_t; \\
 K_{t+\Delta} &= K_t + ((A - \delta)K_t - C)\Delta + K_t\sqrt{\Delta}u_t; \\
 C_{t+\Delta} &= C_t + AK_t\Delta - (1 + \delta)K_t\Delta + AK_t\sqrt{\Delta}u_t,
 \end{aligned}$$

где Δ — шаг по времени, Y_t, K_t, C_t — значения в момент времени t валового выпуска, запаса капитала и потребления; A — технологический коэффициент; δ — норма амортизации капитала; u_t — значение случайной величины, распределенной по нормальному закону $N(0, \sigma^2)$. Шаг по времени в расчетах варьировался от 1 часа (рис. 1 г) до 1 месяца (рис. 1 а). Для сравнения на том же рисунке показаны статистические данные о ВВП Финляндии.



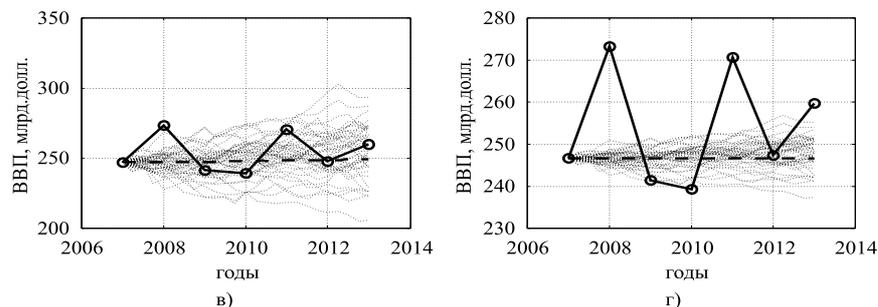


Рис. 1. Результат расчета траекторий процесса изменения ВВП Финляндии в 2007–2013 гг. с различными значениями шага по времени: а) 1 месяц, б) 1 неделя, в) 1 день, г) 1 час. — — результат моделирования, -о- — статистические данные.

В работе предлагается и обосновывается подход к определению шага по времени при численном решении задач указанного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. М: Фазис, 1998, 512 с.
2. Кузнецов Д. Ф. Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2010, 816 с.
3. Вьюненко Л. Ф., Воронцовский А. В. Расчет траекторий экономического роста методом статистического моделирования на примере ВВП Финляндии. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2013, т. 20, в. 4, с. 535–536.