ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2015

Я. Е. Ромм, **Д. А. Чабанюк** (Таганрог, Таганрогский институт им. А. П. Чехова (филиал) ФГБОУ ВПО «РГЭУ (РИНХ)»). **Параллельное построение декартова дерева.**

Излагается синтез и анализ параллельного алгоритма построения декартова дерева — структуры данных, хранящей в узлах пары элементов (X, Y) таким образом, что она является двоичным деревом по X и двоичной пирамидой по Y. Для параллельного построения декартова дерева ко всем входным компонентам Y_i применяется максимально параллельная сортировка по неубыванию по матрице сравнений (МП-сортировка) [1], выполнимая за единичное время. При этом элементы располагаются с сохранением входного индекса. Наибольший среди Y_i элемент окажется в правом конце отсортированного массива вместе с входным индексом пары (X_i, Y_i). Данная пара (X_i, Y_i) с входным индексом E_N, $E_N = i$ определяется как корень декартова дерева и обозначается $(X_i, Y_i)_N$. Без изменения местоположения во входном массиве пара, являющаяся корнем декартова дерева, объявляется серединным элементом. Относительно этой середины выполняется упорядочение по X_i : все элементы в левой части входного массива, которые меньше X_i из корня дерева $(X_i, Y_i)_N$, остаются в левом подмассиве с сохранением исходного взаимного порядка; все элементы в левой части массива, которые больше X_i из корня дерева $(X_i, Y_i)_N$, переносятся из левой части в правый подмассив, также с сохранением исходного взаимного порядка. Все элементы правой части массива, которые больше X_i из корня дерева $(X_i, Y_i)_N$, остаются в правом подмассиве с сохранением исходного взаимного порядка; все элементы правой части массива, которые меньше X_i из корня дерева $(X_i, Y_i)_N$, переносятся из правой части в левый подмассив, также с сохранением исходного взаимного порядка. При этом все сравнения элементов подмассивов с компонентой X_i корня декартова дерева выполняются одновременно и взаимно независимо, аналогично тому, как в строке матрицы сравнений. В продолжение процесса все описанные действия, включая максимально параллельную МП-сортировку по компонентам Y_i, параллельно повторяются отдельно в каждом подмассиве, в последовательности формирования их вложений. Имеет место

Теорема 1. *Построение декартова дерева может быть выполнено с помощью параллельного алгоритма с временной сложностью* $T((N^2 - N)/2) = O(\log_2 N)$, *где* N *— число элементов входного множества пар* (X_i, Y_i).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ромм Я. Е.* Параллельная сортировка слиянием по матрицам сравнений. II. — Кибернетика и системный анализ, 1995, №4, с. 13–37.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2015 г.