

А. В. Богомолов, С. П. Драган (Москва, ГНЦ РФ — ФМБЦ им. А. И. Бурназяна). **Математическое моделирование акустической импедансометрии дыхательного тракта.**

В последнее время в клинической практике широко применяют импульсную осциллометрию, однако получаемые показатели имеют недостаточно высокую воспроизводимость и широкий диапазон нормальных значений, а измерения резонансных частот, превышающих 35 Гц, невозможны [1]. Для устранения отмеченных недостатков разработан акустический метод импедансометрии дыхательного тракта.

Теоретической основой метода является модельное представление о легких как о резонаторе Гельмгольца сложной формы: суммарный объем легких и глубина дыхательных путей определяют реактивную, а их геометрические характеристики — активную компоненты импеданса.

Импеданс воздушного слоя (дыхательных путей) представляет собой реактивность упругого типа:

$$Z_B = -j \operatorname{ctg}(kl),$$

где k — волновое число, l — длина дыхательных путей. Таким образом, нормированный импеданс дыхательного тракта равен

$$Z_1 = R_1 + i(\omega M_1 - \operatorname{ctg}(kl)), \quad R_1 = \frac{R}{\rho c}, \quad M_1 = \frac{M}{\rho c},$$

где R — активная компонента импеданса, M — масса соколеблющегося воздуха в бронхах, ρ — плотность воздуха, c — скорость звука в воздухе.

Обозначив реактивную компоненту:

$$Y_1 = \omega M_1 - \operatorname{ctg}(kl),$$

и записав

$$Z_1 = R_1 + iY_1,$$

коэффициент поглощения (α) дыхательных путей имеет вид:

$$\alpha = \frac{4R}{(R_1 + 1)^2 + Y_1^2}. \quad (1)$$

Известно наилучшее поглощение сигнала происходит на резонансной частоте при $Y_1 = 0$, при этом полное поглощение ($\alpha = 1$) достигается при условии $R_1 = 1$ (согласование сопротивлений). На резонансной частоте исследуемого объема реактивная компонента импеданса равна нулю ($\omega M_1 = \operatorname{ctg}(kl)$) — т. е. имеется четкий критерий определения резонансной частоты.

Звуковое давление в точках расположения микрофонов, как решение уравнения Эйлера вида $\rho dv/dt = -\operatorname{grad} P$, без учета сомножителя $e^{i\omega t}$, запишется как [2–5]:

$$P_1 = P_0(1 - r), \quad P_2 e^{i\varphi} = P_0 e^{ikL} (1 - r e^{2ikL}), \quad (2)$$

где P_0 — давление в падающей волне, r — комплексный коэффициент отражения $r = |r|e^{i\theta}$, θ — аргумент коэффициента отражения в месте расположения первого микрофона, φ — разность фаз сигналов регистрируемых с двух микрофонов, L — расстояние между микрофонами. Из (2) получаем выражения для модуля и аргумента коэффициента отражения:

$$|r| = \frac{\sqrt{(N^2 - 1) + 4N^2(\cos^2 kL + \cos^2 \varphi_{12}) - 4N(N^2 + 1) \cos \varphi_{12} \cos kL}}{N^2 + 1 - 2N \cos(kL + \varphi_{12})} \quad (3)$$

$$\theta = \frac{\arctg((2N \sin kL(N \cos kL - \cos \varphi_{12}))}{N^2 + 1 - 2N \cos kL(N \cos kL - \cos \varphi_{12})},$$

где $N = P_1/P_2$.

Компоненты импеданса дыхательного тракта имеют вид:

$$R = \frac{1 - r^2}{1 + r^2 + 2r \cdot \cos \theta}, \quad Y = \frac{-2r \sin \theta}{1 + r^2 \cdot \cos \theta}. \quad (4)$$

Коэффициент поглощения $\alpha(1)$ определяют как:

$$\alpha = 1 - r^2. \quad (5)$$

Для использования двухмикрофонного метода ([5–6]) в интерферометре в диапазоне частот 5–100 Гц формируется стационарное звуковое поле с равными амплитудами. Чтобы расширить возможности метода в (2) введен множитель $e^{i\omega t}$ и значение фазы микрофонов φ_1 и φ_2 , т.е. рассматривают мгновенные значения давления

$$P_1(t) = P_1 e^{i\omega t + \varphi_1} = P_0 e^{i\omega t}; \quad P_2(t) = P_2 e^{i\omega t + \varphi_2} = P_0(1 - r e^{2ikL})e^{i(kL + \omega t)}, \quad (6)$$

или в комплексном виде

$$P(t) = P_\alpha(t) + iP_p(t) = |P|e^{i\varphi(t)},$$

где $P_\alpha(t)$ — действительная часть сигнала давления, регистрируемая в виде осциллограммы, а $P_p(t)$ — мнимая составляющая сигнала давления, $\varphi(t)$ — мгновенное значение фазы (наклон соответствующей фазы кривой определяет мгновенную частоту). Тогда, в рамках прежних обозначений, зависимости от $P_1(t)$ и $\varphi_1(t)$ имеют вид:

$$P_1(t) = (P_{1\alpha 2}(t) + P_{1p 2}(t))^{0,5}, \quad \varphi_1(t) = \arctg(P_{1p}(t)/P_{1\alpha}(t)), \quad (7)$$

Для вычисления мгновенных значений компонент импеданса по (3–5) выполняем преобразование Гильберта

$$H\{P_\alpha(t)\} = P_p(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P_\alpha(\tau)}{t - \tau} dt. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7) и затем в расчетные формулы (3–5), определяем все необходимые импедансометрические показатели дыхательной системы для каждой частоты сигнала.

Затем определяем резонансную частоту (f_0), на которой реактанс (Y) изменяет знак с отрицательного на положительный, а при ее отсутствии — среднее арифметическое двух смежных частот звукового сигнала с противоположными знаками реактанса. Для f_0 рассчитываем значения коэффициента поглощения (α_0) и резистанса (R_0), и далее по одному из алгоритмов, применяемых в пульмонологии, рассчитываем оценку состояния дыхательного тракта.

Реализация измерения импеданса дыхательного тракта обеспечивает возможность выполнения исследования в расширенном частотном диапазоне (от 5 Гц до 100 Гц), обеспечивая при этом сокращение времени исследования до 15 с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яшина Л. А., Полянская М. А., Загребельный Р. М. Импульсная осциллометрия — новые возможности в диагностике и мониторинге обструктивных заболеваний легких. — *Здоров'я України*, 2009, № 23/1, с. 26–27.
2. Свиридюк Г. А., Загребина С. А. Неклассические модели математической физики. — *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование*, 2012, № 40 (299), с. 7–18.
3. Драган С. П., Лебедева И. В. Нелинейное звукопоглощение. — *Вестник Московского ун-та. Серия 3: Физика. Астрономия*, 1994, т. 35, № 6, с. 104–113.
4. Шестаков А. Л., Свиридюк Г. А., Худяков Ю. В. Динамические измерения в пространствах «шумов». — *Вестник Южно-Уральского гос. ун-та. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника*, 2013, т. 13, № 2, с. 4–11.
5. Драган С. П., Лебедева И. В. Определение интенсивности плоской звуковой волны. — *Акустический журнал*, 1992, т. 38, № 2, с. 174–178.
6. Лебедева И. В., Драган С. П. Определение акустических характеристик в трубах с помощью двух микрофонов. — *Измерительная техника*, 1988, № 8, с. 52.