ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2015

**О. В. Висков, В. М. Максимов, В. И. Хохлов** (Москва, МИ РАН, РГУ, МИ РАН). **Характеризационные моментные тождества для равновероятного и равномерного распределений.**

Продолжая исследования по поиску характеризационных тождеств для классических вероятностных распределений (см. [1], [2], [3]), авторы нашли новый метод (см. [4]) получения моментных характеризаций вероятностных распределений (типа характеризаций Стейна и Чена), в основу которого положен функционально-операторный подход. Этот метод позволил найти моментные тождества для двух весьма востребованных на практике распределений: равновероятного и равномерного.

Всюду ниже приняты следующие обозначения: $\mathcal{X}$ есть функциональный оператор умножения на независимую переменную (аргумент) $x$, $\mathcal{D}$ есть функциональный оператор $\dfrac{d}{dx}$ дифференцирования по независимой переменной $x$, $\mathcal{I}$ есть тождественный функциональный оператор (т. е. $\mathcal{I}\,[g(x)]=g(x)$ для любой функции $g(x)$).

**Утверждение 1.** *Для равновероятного распределения*

$$\mathbf{P}\,\{\xi_u^D=\nu\}=\frac{1}{N},\quad \nu=0,1,\ldots,N-1,$$

*справедливо моментное тождество* (*в операторной записи*)

$$\mathbf{M}\,\mathcal{A}_{\xi_u^D}(\mathcal{D})[f(\xi_u^D)]=0,$$

*где*

$$\mathcal{A}_{\xi_u^D}(\mathcal{D})=\mathcal{X}-\frac{(N-1)\,e^{(N+1)\,\mathcal{D}}-N\,e^{N\,\mathcal{D}}+e^{\mathcal{D}}}{(e^{\mathcal{D}}-\mathcal{I})\,(e^{N\,\mathcal{D}}-\mathcal{I})},$$

*являющееся также характеризационным: из выполнения этого тождества для некоторой случайной величины на всех функциях из заданного класса* $\mathbb{F}_{\xi_u^D}$, *не совпадающего с классом* $\mathbb{F}_{\text{запретный}}=\{f(x)\,:\,f(0)=0\}$ *следует, что эта случайная величина имеет равновероятное распределение* (1).

**Утверждение 2.** *Для равномерного распределения с плотностью*

$$p_{\xi_u}(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\,r}, & \text{при}\quad x\in[-r,r],\\ 0 & \text{при}\quad x\notin[-r,r],\end{cases}$$

*характеризационным служит тождество* (*в операторной записи*)

$$\mathbf{M}\,\mathcal{A}_{\xi_u}(\mathcal{D})[f(\xi_u)]=0,\quad f(x)\in\mathbb{F}_{\xi_u}\not\equiv\mathbb{F}_{\text{запретный}},$$

*в котором* $\mathcal{A}_{\xi_u}(\mathcal{D})=r\,\mathcal{X}\,\mathcal{D}-r\,\mathrm{ch}\,(r\,\mathcal{D})+\mathrm{sh}\,(r\,\mathcal{D})$.

В докладе будет описан способ получения данных тождеств и даны уточнения относительно классов $\mathbb{F}_{\xi_u^D}$ и $\mathbb{F}_{\xi_u}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Висков О.В.* , *Прохоров Ю.В.* , *Хохлов В.И.* Характеризационное тождество для биномиального распределения. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2013, т. 20, в. 2, с. 136–137.
2. *Висков О.В.* , *Прохоров Ю.В.* , *Хохлов В.И.* Характеризационное тождество для распределения Паскаля. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2013, т. 20, в. 4, с. 532–533.
3. *Висков О.В.* , *Хохлов В.И.* Характеризационное свойство тождества Лью для многомерного нормального распределения. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2014, т. 21, в. 4, с. 340–341.
4. *Висков О.В.* , *Максимов В.М.* , *Хохлов В.И.* Аннуляторы, пред-аннуляторы и характеризаторы вероятностных мер. — В сб.: Международная научная конференция «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения–V». Материалы конференции. (Ростов-на-Дону, 26 апреля-1 мая 2015 г.). од ред. А. Н. Карапетянца и др. Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 2015, с. 178180.