ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2015

А. С. Конкина (Челябинск, ЮУрГУ). **Многоточечная начально-конечная задача для одной модели.**

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^m$, $m = \{2, 3\}$, — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞. В цилиндре $\Omega \times \mathbb{R}_+$ рассмотрим задачу Коши–Дирихле

$$\begin{aligned} v(x,0) &= v_0(x), \quad x \in \Omega, \\ \vec{v}(x,t) &= 0, \quad (x,t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_+ \end{aligned} \tag{1}$$

для линеаризованной системы уравнений Навье–Стокса

$$\begin{aligned} \vec{v}_t &= \nu\nabla^2\vec{v} - (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} - \nabla p + \vec{f}, \\ 0 &= \nabla \cdot \vec{v}. \end{aligned} \tag{2}$$

Система (2), моделирующая динамику вязкой несжимаемой жидкости, была получена более века назад. Здесь вектор-функция $v = (v_1, v_2, \ldots, v_m)$, $v_l = v_l(x,t)$, соответствует скорости жидкости, функция $p = p(x,t)$ — давлению, параметр $\nu \in \mathbb{R}_+$ характеризует вязкость. За истекшее время уравнения (2) изучались в различных аспектах, наиболее глубокие их исследования изложены в [1, 2].

В подходящих функциональных пространствах задачи (1), (2) редуцируются к линейному уравнению соболевского типа

$$L\dot{u} = Mu + f. \tag{3}$$

Целью нашего исследования является разрешимость для уравнения (3) так называемой *многоточечной начально-конечной задачи* [3, 4]

$$P_j(u(\tau_j) - u_j) = 0, \quad j = 0, 1, \ldots, n, \tag{4}$$

($\tau_j < \tau_{j+1}$), P_j — *относительно спектральные проекторы.*

Теорема. *При любых* $\nu \in \mathbb{R}_+$, $\tau_j \in \mathbb{R}_+$ $(\tau_j < \tau_{j+1})$, $u_j \in \mathfrak{U}$, $j = 0, 1, \ldots, n$, *существует единственное решение задачи* (4) *для модели* (1), (2), *причем это решение* $u = u(t)$ *имеет вид* $u_\sigma(t) = \sum_{j=0}^n U_j^{t-\tau_j} u_{\tau_j\sigma}$, $u_\pi \equiv 0$, $u_p \equiv 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ладыженская О. А.* Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости: 2-е изд. М.: Наука, 1970, 288 с.
2. *Темам Р.* Уравнения Навье–Стокса. Теория и численный анализ. М.: Мир, 1981.
3. *Zagrebina S. A.* Multipoint initial-final value problem for the linear model of plane-parallel thermal convection in viscoelastic incompressible fluid. Bulletin of the South Ural State University. Series “Mathematical Modelling, Programming & Computer Software”, 2014, v. 7, issue 3, p. 5–22.
4. *Загребина С. А.*, *Конкина А. С.* Об одной новой задаче для уравнений Баренблатта–Желтова–Кочиной. Вестник МаГУ. Сер. Математика. Магнитогорск, 2012, в. 14, с. 67–77.