ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2015

Н. А. Манакова, А. А. Селиванова (Челябинск, ЮУрГУ).
Об одной задаче Шоуолтера–Сидорова для уравнения соболевского типа с аддитивным «белым шумом» в квазисоболевых пространствах.

Пусть $\mathfrak{U} = \mathbf{l}_q^{m+2}\mathbf{L}_2$, $\mathfrak{F} = \mathbf{l}_q^{m}\mathbf{L}_2$ пространства последовательностей случайных величин $\omega = (\omega_1, \omega_2, \ldots)$ с квазинормой

$$ {}_q^m|||\omega||| = \Big(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^m \mathbf{D}\omega_k)^{\frac{q}{2}}\Big)^{\frac{1}{q}}, \quad q \in \mathbf{R}_+, \quad m \in \mathbf{R}, $$

где $\{\lambda_k\} \subset \mathbf{R}$ монотонная последовательность такая, что $\lim_{k\to\infty} \lambda_k = +\infty$, а $\mathbf{D}$ — дисперсия случайной величины.

Операторы $L, M, N \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$ и оператор M (L,p)-ограничен [1]. Существуют проекторы [2]

$$ P = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma R_\mu^L(M)d\mu \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}), \quad Q = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma L_\mu^L(M)d\mu \in \mathcal{L}(\mathfrak{F}). $$

Здесь $R_\mu^L(M) = (\mu L - M)^{-1}L$ — *правая*, а $L_\mu^L(M) = L(\mu L - M)^{-1}$ — *левая L-резольвенты* оператора M [2]. Рассмотрим задачу Шоуолтера–Сидорова

$$ \Big[R_\alpha^L(M)\Big]^{p+1}(\eta(0) - \xi_0) = 0, \qquad \alpha \in \rho^L(M) \tag{1} $$

для линейного стохастического уравнения соболевского типа [3]

$$ L \overset{o}{\eta} = M\eta + Nw, \tag{2} $$

где $\rho^L(M) = \{\mu \in \mathbb{C} : (\mu L - M)^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{F}; \mathfrak{U})\}$ — L-резольвентное множество оператора M, $\eta = \eta(t)$ — искомый случайный процесс; $w = w(t)$ — заданный случайный процесс на интервале $(0,\tau)$; $\xi_0 \in \mathbf{l}_q^m\mathbf{L}_2$ — заданная случайная величина.

Введем в рассмотрение пространства $\mathbf{C}^l\mathbf{l}_q^m\mathbf{L}_2(\equiv \mathbf{C}^l\mathbf{l}_q^m\mathbf{L}_2(0,\tau),\ (0,\tau) \subset \mathbf{R})$ случайных процессов $\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots)$, $\eta_k = \eta_k(t)$, $t \in (0,\tau)$, $k \in \mathbb{N}$, чьи производные Нельсона–Гликлиха до порядка $l \in \{0\} \cup \mathbb{N}$ включительно п. н. непрерывны на $(0,\tau)$.

Определение Назовем случайный процесс $\eta \in \mathbf{C}^1\mathbf{l}_q^m\mathbf{L}_2(0,\tau)$ (классическим) решением уравнения (2), если п. н. все его траектории удовлетворяют уравнению (2) при всех $t \in (0,\tau)$. Решение $\eta = \eta(t)$ уравнения (2) назовем (классическим) решением задачи (1), (2), если вдобавок выполнено условие (1).

Теорема. *Пусть оператор M (L,p)-ограничен, $p \in \{0\} \cup \mathbf{N}$. Тогда при любом $N \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$, любом случайном процессе $w = w(t)$ таком, что выполнено $(\mathbb{I} - Q)Nw \in \mathbf{C}^{p+1}\mathbf{l}_q^m\mathbf{L}_2$ и $QNw \in \mathbf{C}\mathbf{l}_q^m\mathbf{L}_2$, и любой случайной величине $\xi_0 \in \mathbf{l}_q^m\mathbf{L}_2$, не зависящей от w, существует единственное решение $\eta \in \mathbf{C}^1\mathbf{l}_q^m\mathbf{L}_2$ задачи (1), (2).*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Свиридюк Г. А.* К общей теории полугрупп операторов. — Успехи матем. наук, 1994, т. 49, № 4, с. 47–74.
2. *Келлер А. В.*, *Аль-Делфи Д. К.* Голоморфные вырожденные группы операторов в квазибанаховых пространствах. — Вестник ЮУрГУ, сер. матем., мех., физ., 2015, т. 7, № 1, с. 20–27.
3. *Свиридюк Г. А., Манакова Н. А.* Динамические модели соболевского типа с условием Шоуолтера–Сидорова и аддитивными «шумами». — Вестник ЮУрГУ, сер. матем. моделирование и программирование, 2014, т. 7, № 1, с. 90–103.