

А. Н. Ш у л е п о в (Челябинск, ЮУрГУ). **Численное решение задачи жесткого управления решениями нестационарной модели соболевского типа в относительно радиальном случае.**

В ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ с границей $\partial\Omega$ класса C^∞ . Рассмотрим краевую задачу

$$\Delta x(s, t) = x(s, t) = 0, \quad (s, t) \in \partial\Omega \times [0, T] \quad (1)$$

для уравнения в частных производных вида [1]

$$(\lambda - \Delta)x_t = \nu(t)\Delta x - i\nu(t)d\Delta^2 x + u. \quad (2)$$

Здесь коэффициенты $\lambda, d \in \mathbb{R}$ описывают параметры системы, вектор-функция u отвечает внешним воздействиям на систему и является функцией управления.

Задачу жесткого управления для модели (1), (2) будем исследовать с помощью абстрактных результатов. Пусть $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$ и $\mathfrak{U}$ — гильбертовы пространства. Пусть операторы $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{X}; \mathfrak{Y})$, $M \in \mathcal{Cl}(\mathfrak{X}; \mathfrak{Y})$.

Рассмотрим ослабленную задачу Шоултера–Сидорова

$$\lim_{t \rightarrow 0+} P(x(t) - x_0) = 0 \quad (3)$$

для уравнения соболевского типа [2]

$$L\dot{x}(t) = a(t)Mx(t) + u(t), \quad (\ker L \neq \{0\}) \quad t \in [0, \tau]. \quad (4)$$

Введем в рассмотрение функционал качества

$$J(u) = \sum_{q=0}^1 \int_0^\tau \|z^{(q)}(t) - z_d^{(q)}(t)\|_3^2 dt, \quad (5)$$

где $z = Cx$, оператор $C \in \mathcal{L}(\mathfrak{X}; \mathfrak{Z})$, а $z_d = z_d(t, s)$ — плановое наблюдение из некоторого гильбертова пространства наблюдений $\mathfrak{Z}$. Отметим, что цель жесткого управления заключается в достижении плановых показателей наблюдаемой величины без скачкообразных изменений без учета затрат на ресурсы. В работе приведено приложение абстрактных результатов, полученных в [3].

Решением задачи жесткого управления будем называть пару $(\hat{x}, \hat{u}) \in \mathfrak{X} \times H_\partial^{p+1}(\mathfrak{U})$, удовлетворяющую уравнению (4) с условием (3), такую, что выполняется

$$J(\hat{x}, \hat{u}) = \min_{(x, u) \in \mathfrak{X} \times H_\partial^{p+1}(\mathfrak{U})} J(x, u).$$

Целью данного исследования является нахождение решения задачи жесткого управления при помощи численного эксперимента.

Пусть $\Omega = \{(s_1, s_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq s_1 \leq 1, 0 \leq s_2 \leq 1\}$, $\nu(t) = \frac{1}{t+1}$, $\lambda = 3\pi^2$, $C = \mathbb{I}$, $x_0(s_1, s_2) = \sin(\pi s_1)\sin(\pi s_2) + \sin(2\pi s_1)\sin(\pi s_2) + \sin(2\pi s_1)\sin(2\pi s_2)$, $z_d(s_1, s_2, t) = -\frac{5}{4}\sin(2\pi s_1)\sin(\pi s_2) + \sin(\pi s_1)\sin(\pi s_2)$. При заданных начальных данных минимальное значение функционала $J_{\min} = 0,1354$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сагадеева М. А., Шулепов А. Н. Об одной нелинейной модели на основе относительно радиального уравнения соболевского типа. — Вестник Одесского национального ун-та. Математика и механика, 2013, т. 18, в. 2(18), с. 35–43.
2. Sviridyuk G. A., Fedorov V. E. Linear Sobolev type equations and degenerate semigroups of operators. Utrecht, Boston: VSP, 2003, 216 p.
3. Сагадеева М. А., Шулепов А. Н. Задачи оптимального и жесткого управления решениями специального вида нестационарных уравнений соболевского типа. — Вестник СамГТУ. Серия: Физико-математические науки, 2014, 2(35), с. 33–38.