ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2015

**В. Л. Дильман, А. Н. Дияб** (Челябинск, ЮУрГУ). **Особенности напряженного состояния наклонного менее прочного слоя в листовом образце.**

Схема исследования критических состояний (состояний предразрушения) листового образца и тонкостенной цилиндрической оболочки, содержащих прослойки из менее прочного (МП) материала и подверженных двухосному нагружению, разработана в [1]. Одним из этапов предложенного там метода нахождения критической нагрузки является решение задачи линейного сопряжения (обратной граничной задачи) на контактной поверхности между МП слоем, расположенным в листовом образце или оболочке, и более прочным (БП) основным материалом. Это позволяет найти зависимость нормальных и касательных напряжений $\sigma_y$ и $\tau_{xy}$ от коэффициента механической неоднородности соединения $K = \sigma_B^+/\sigma_B^-$, где $\sigma_B^+$ — предел прочности основного БП материала, $\sigma_B^-$ — предел прочности материала слоя. Для слоя, расположенного под углом к направлению взаимно ортогональных внешних нагрузок (наклонного слоя), порождающих напряжения $\sigma_1$ и $\sigma_2$, ситуация осложняется. Введем обозначения: $B = \cos^2\nu + m\sin^2\nu$, $C = (1-m)\sin^2\nu$, где $\nu$ — угол между напрвлением слоя и $\sigma_1$, $m = \sigma_1/\sigma_2$ — коэффициент двухосности нагружения. Условие пластичности Мизеса для наклонного слоя имеет вид $(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 = k^2 - \tau^2$, $\tau = \tau_{yz} = 0{,}5\,C\sigma_2$. В таком случае аналог коэффициента $K$ имеет вид

$$K^{(\nu)} = \sqrt{\frac{(k^+)^2 - \tau^2}{k^2 - \tau^2}} = K\sqrt{1 + \frac{K^2 - 1}{K^2}\,\frac{g^{*2}C^2}{B^2}}. \tag{1}$$

Здесь $g^*$ — коэффициент контактного упрочнения слоя в критический момент нагружения; $g^* = 1$, если относительная высота слоя $\eta$, т. е. отношение его высоты к ширине, велика: $\eta \geqslant 1$. В противном случае, т. е. у тонких прослоек, $g^* > 1$. В [1] рассматривался случай, когда коэффициент двухосности нагружения $m > 0$. Если $m < 0$, то вычислительная схема [1] определения критической нагрузки может оказаться непригодной. Так, при $m = -\cos^2\nu/\sin^2\nu$ $K^{(\nu)} = \infty$, тогда как схема вычисления $g^*$ в [1] проводится для $K < 2$. Более того, в [1] показано, что при $K \geqslant 2$ имеет место другое физической явление — БП материал не вовлекается в процессе нагружения в пластическое деформирование; при этом в МП прослойке реализуется полное контактное упрочнение. Метод вычисления $g^*$ в таком случае известен (например, [2]). $K$ и $\nu$ — параметры соединения, $m$ — условие нагружения. Чтобы найти $m$ в зависимости от $K$ и $\nu$, при котором реализуется указанный случай, надо решить неравенство $K^{(\nu)} \geqslant 2$. Для тонких прослоек это условие не является явным, так как при нахождении $g^*$ надо знать $K^{(\nu)}$. Положив в формуле (1) $g^* = 1$, можно найти первое приближение для $K^{(\nu)}$ и таким образом запустить итерационный процесс (обычно он сходится с достаточной точностью за несколько шагов). Для не очень тонких слоев $g^* = 1$, и можно выписать в явной форме ограничение на $m$ для реализации данного случая. Это неравенство имеет громоздкий вид. В некоторых частных случаях оно существенно упрощается. Например, при $\nu = \pi/4$ условие вовлечения БП части соединения в пластическое деформирование имеет вид неравенства

$$(2K^2 - 5)m^2 - 6m + 2K^2 - 21 < 0.$$

Вычисление критической нагрузки, в том числе критического давления в тонкостенной цилиндрической оболочке, проводится по схеме работы [1].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дильман В. Л.*, *Ерошкина Т. В.* Математическое моделирование критических состояний мягких прослоек в неоднородных соединениях. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011, 276 с.
2. *Дильман В. Л.* Математические модели напряженного состояния неоднородных тонкостенных цилиндрических оболочек. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007, 202 с.