ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2015

С. В. Суровцев (Челябинск, ЮУрГУ). **Численное решение задачи Коши–Дирихле для уравнения Буссинеска–Лява.**

Рассмотрим уравнение Буссинеска–Лява [1]

$$(\lambda - \Delta)u_{tt} = \alpha(\Delta - \lambda')u_t + \beta(\Delta - \lambda'')u \tag{1}$$

с начальными

$$u(x,0) = \varphi(x),\ u_t(x,0) = \psi(x) \tag{2}$$

и граничными условиями

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0. \tag{3}$$

Здесь $u = u(x,t)$ — неизвестная функция, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ — заданные функции, подлежат дальнейшему определению, Δ — одномерный оператор Лапласа, α и β — произвольные константы. Математическая модель (1)–(3) описывает продольные колебания в тонком упругом стержне с учетом поперечной инерции.

В данной работе математическая модель (1)–(3) исследуется с помощью метода конечных разностных схем. Как известно, задача (1)–(3) разрешима не при любых начальных значениях. А именно, если уравнение (1) вырождено, когда $\lambda \in \sigma(\Delta) = \{\lambda_k\}$, то начальные значения необходимо взять из фазового пространства уравнения [1].

Если $\lambda = \lambda' = \lambda_k$, то необходимо, чтобы были выполнены условия:

$$\int_0^\pi \psi(x)\cdot\varphi_k(x)dx = 0 \quad \text{и} \quad \int_0^\pi \varphi(x)\cdot\varphi_k(x)dx = 0.$$

Если $\lambda = \lambda_k \neq \lambda'$, то необходимо выполнение условия:

$$\frac{1}{\mu_k}\int_0^\pi \psi(x)\cdot\varphi_k(x)\,dx = \int_0^\pi \varphi(x)\cdot\varphi_k(x)dx,$$

где $\mu_k = -\dfrac{\beta}{\alpha}\dfrac{\lambda_k - \lambda''}{\lambda_k - \lambda'}$, $\varphi_k = \sin kx$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Замышляев А. А.* Линейные уравнения соболевского типа высокого порядка. Челябинск: Изд-во Центр ЮУрГУ, 2012.
2. *Замышляева А. А.*, *Муравьев А. С.* Исследование математической модели Буссинеска–Лява. — Вестник Магнитогорского гос. ун-та. Серия: Математика, 2013, в. 15, с. 24–34.