ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2015

А. А. Э б е л ь (Челябинск, ЮУрГУ). **О решении одной задачи смешанного управления для систем леонтьевского типа.**

Рассмотрим систему леонтьевского типа

$$L\dot{x}(t) = Mx(t) + Bu(t) + y(t). \tag{1}$$

Пусть функции $x(t)$, $u(t)$, $y(t)$ лежат в гильбертовых пространствах $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{Y}$ соответственно. Будем рассматривать операторы M и L, причем $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ ($\mathcal{L}(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ — множество линейных непрерывных операторов, действующих из пространства $\mathfrak{X}$ в пространство $\mathfrak{Y}$), $\ker L \neq \{0\}$; $M \in Cl(\mathfrak{X}; \mathfrak{Y})$ (замкнутый оператор $M : \operatorname{dom} M \to \mathfrak{Y}$ с областью определения, плотным в $\mathfrak{X}$); $B \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{Y})$. Кроме того, оператор M сильно (L, p)-радиален.

Введем в рассмотрение пространства состояния и управлений:

$$H^1(\mathfrak{X}) = \{x \in L_2\left((0;\tau);\mathfrak{X}\right) : \dot{x} \in L_2\left((0;\tau);\mathfrak{X}\right)\};$$

$$\mathfrak{U} = H^{p+1}(\mathfrak{Y}) = \{u \in L_2\left((0;\tau);\mathfrak{Y}\right) : \dot{u} \in L_2\left((0;\tau);\mathfrak{Y}\right)\}, \quad \mathfrak{U}^0 = \mathfrak{Y}.$$

Выделим в $\mathfrak{U}^0$ компактное и выпуклое множество начальных допустимых управлений $\mathfrak{U}^0_{ad}$, а также компактное и выпуклое множество $\mathfrak{U}_{ad}$ в пространстве $\mathfrak{U}$.

Рассмотрим задачу смешанного управления для систем леонтьевского типа (1) с начальным условием Шоултера–Сидорова [1]

$$\left[R^L_\mu(M)\right]^{p+1}(x(0) - u_0) = 0. \tag{2}$$

При этом

$$J\left(v(t), v_0\right) = \min_{(u_0,u)\in U^0_{ad}\times U_{ad}} J\left(u(t), u_0\right), \tag{3}$$

$$J\left(u_0, u(t)\right) = \alpha \sum_{q=0}^{1} \int_0^t \left\| Cx^{(q)}\left(t, u_0, u(t)\right) - Cx^{(q)}_0\left(t\right) \right\| dt$$
$$+ \beta \sum_{q=0}^{\theta} \int_0^\tau \left\langle N_q u^{(q)}(t), u^{(q)}(t) \right\rangle dt + \gamma \left\|u_0\right\|^2, \tag{4}$$

$\alpha + \beta + \gamma = 1$, $\theta = 0, 1, \ldots, p+1$, $p \in \{0\} \cup \mathbb{N}$, $t \in (0;\tau)$, $\tau \in \mathbb{R}_+ = \{\tau \in \mathbb{R}, \tau > 0\}$.

О п р е д е л е н и е. Тройку $(v(t), v_0, x(v_0, v(t))) \in \mathfrak{U}_{ad} \times \mathfrak{U}^0_{ad} \times \mathfrak{X}$ назовем решением задачи смешанного управления (1)–(4), если

$$J(v(t), v_0) = \min_{(u_0,u)\in \mathfrak{U}^0_{ad}\times \mathfrak{U}_{ad}} J(u(t), u_0),$$

где $(v(t), v_0, x(v_0, v(t))) \in \mathfrak{U}_{ad} \times \mathfrak{U}^0_{ad} \times \mathfrak{X}$ удовлетворяют соотношениям (1), (2).

Теорема. *Пусть оператор M сильно (L, p)-радиален, $p \in 0 \cup \mathbb{N}$. Тогда для любого $y \in H^{p+1}(\mathfrak{Y})$ существует единственное сильное решение $(v(t), v_0, x(v_0, v(t))) \in \mathfrak{U}_{ad} \times \mathfrak{U}^0_{ad} \times \mathfrak{X}$ для задачи смешанного управления (1) – (4) причем*

$$x(t) = X^t P u_0 + \int_0^t X^{t-s} L_1^{-1} Q \left(y(s) + Bu(s) \right) ds$$
$$- \sum_{k=0}^{p} (M_0^{-1} L_0)^k M_0^{-1} (I - Q) \left(y(t) + Bu(t) \right)^{(k)} . \quad (5)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Keller A. V.*, *Ebel A. A.* The existence of a unique solution to a mixed control problem for Sobolev-type equations. — Вестник ЮУрГУ, сер. матем. моделирование и программирование, 2014, т. 7, № 3, с. 121–127.