ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2015

В. С. Усатюк (Братск, БрГУ). **Приложение блочного метода Коркина–Золотарева для демодуляции сигналов MIMO.**

В работе была показана возможность применения блочного метода Коркина–Золотарева с целью улучшения области принятия решения при декодировании сигналов в MIMO-канале. Получена верхняя оценка точности декодирования по сравнению с методом максимального правдоподобия, в случае приведения базиса блочным методом Коркина–Золотарева, при детектировании сигнала методом последовательного подавления помех.

Пусть у нас имеется MIMO-система передачи, состоящая из n передающих и m принимающих антенн, которая осуществляет передачу q-ичных символов, $x \in C^n$. Модель работы такой системы описывается уравнением:

$$y = Bx + \varepsilon,$$

где y — сигнал, полученный приемником, $B \in C^{n\times m}$, ε — гауссовый шум.

Детектирование исходного сигнала в MIMO методом максимального правдоподобия (ML) эквивалентно решению уравнения:

$$x_{ML} = \arg\min_{x\in W} \|y - Bx\|^2 ,$$

где W — множество кодовых слов.

В силу экспоненциальной сложности метода ML-детектирования на практике применяются другие алгоритмы: обнуления (ZF), минимального среднеквадратичного отклонения (MMSE), последовательного подавления помех (SIC), см. [1].

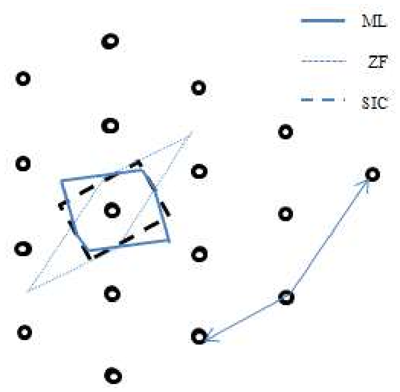

Рис. Области принятия решения алгоритмами детектирования для приведенного базиса двухмерной решетки

Применение предварительного приведения канальной матрицы методами геометрии чисел позволяет получить хорошо обусловленную матрицу, тем самым улучшая область принятия решения (см. рис.), что в сочетании с вышеозначенными методами детектирования приводит к значительному энергетическому выигрышу, см. [2].

В работе [3] были получены верхние оценки для детектирований обнулением и последовательным подавлением помех в сочетании с алгоритмами приведения канальной матрицы по Ленстра–Ленстра–Ловасу [5] и Коркину–Золотареву [5] . Обобщим полученные оценки, в случае применения детектирования последовательным подавлением помех, используя блочный метод Коркина–Золотарева, см. [6]. Варьируя параметр β, мы можем получить компромисс между точностью и сложностью детектирования сигналов MIMO.

Теорема. *Пусть канальная матрица B приведена блочным методом Коркина–Золотарева с размером блока $2 \leqslant \beta \leqslant m$. Тогда в случае детектирования сигнала методом последовательного подавления помех, точность декодирования по сравнению с методом максимального правдоподобия не превосходит величину*:

$$\rho_{SIC} = \gamma_\beta^{4\frac{m-1}{\beta-1}} \frac{m+3}{4},$$

где γ_β — константа Эрмита, m — ранг решетки.

Д о к а з а т е л ь с т в о. По определению, точность декодирования по сравнению с методом максимального правдоподобия в случае предварительного приведения базиса и детектирования методом последовательного подавления помех задается выражением (см. [3])

$$\rho_{i,SIC} = \sup_{B_{reduced}} \frac{\lambda^2(L)}{\|b_i^\perp\|^2}, \tag{1}$$

где $\lambda^2(L)$ — длина кратчайшего вектора в решетке, $\|b_i^\perp\|^2$ — евклидова норма ортогональных векторов в приведенном по Коркину–Золотареву базисе.

В работе [6] были получены оценки для базиса решеток, приведенного по Коркину–Золотареву:

$$\|b_i\|^2 \lambda_i(L)^{-2} \leqslant \gamma_\beta^{2\frac{m-1}{\beta-1}} \frac{i+3}{4}, \quad \|b_i^\perp\|^2 \lambda_i(L)^{-2} \geqslant \gamma_\beta^{-2\frac{i-1}{\beta-1}}, \quad \text{при} \quad i = 1, 2, \ldots, m,$$

где $\lambda_i(L)$ — i-соответствующий минимум в решетке L, $\|b_i\|^2$ — евклидова норма векторов в приведенном по Коркину–Золотареву базисе.

Поделив неравенства, получим $\|b_i\|^2 \leqslant \gamma_\beta^{2\frac{m+i-2}{\beta-1}} \frac{i+3}{4} \|b_i^\perp\|^2$. Подставив полученное неравенство в (1), получим:

$$\rho_{i,SIC} = \sup_{B_{reduced}} \frac{\lambda^2(L)}{\left\|b_i^\perp\right\|^2} \leqslant \gamma_\beta^{2\frac{m+i-2}{\beta-1}} \frac{i+3}{4} \left\|b_i^\perp\right\|^2 \sup_{B_{reduced}} \frac{\lambda^2(L)}{\|b_i\|^2}.$$

Из тривиальных соображений $\|b_i^\perp\|^2 \geqslant \lambda^2(L)$, что и приводит к искомой оценке:

$$\rho_{SIC} \leqslant \gamma_\beta^{4\frac{m-1}{\beta-1}} \frac{m+3}{4}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yong S. C.*, *Jaekwon K.*, *Won Y. Y. etc al.* Wireless Communications with Matlab. N.Y.: Wiley-IEEE Press, 2010, 544 p.
2. *Wubber D. C.*, *Seethaler J.*, *Matz G.* Lattice reduction. — Signal Proces. Mag., 2011, v. 28, №3, p. 70–91.
3. *Cong L.* On the Proximity Factors of Lattice Reduction-Aided decoding. — IEEE Trans. Signal Process., 2011, v. 59, №6, p. 2795–2808.

4. *Lenstra A. C.*, *Lenstra H.*, *Lovasz L.* Factoring polynomials with rational coefficients. — Math. Ann., 1982, v. 261, № 4. p. 515–534.
5. *Lagarias J. C.*, *Lenstra H. W. Jr.*, *Schnorr C. P.* Korkin–Zolotarev bases and successive minima of a lattice and its reciprocal lattice. — Combinatorica. 1990, v. 10, № 4, p. 333–348.
6. *Schnorr C. P.* Block reduced lattice bases and successive minima. — Combin., probab. Computing, 1994, v. 3, p. 507–522.