О Б О З Р Е Н И Е
П Р И К Л А Д Н О Й И П Р О М Ы Ш Л Е Н Н О Й
Т о м 22 М А Т Е М А Т И К И В ы п у с к 4
2015

Т. Г. С у к а ч е в а, О. П. М а т в е е в а (Великий Новгород, НовГУ). **Фазовое пространство Тейлора для модели нулевого порядка несжимаемой вязкоупругой жидкости.**

Рассматривается задача Тейлора

$$\begin{cases} v(x,0) = v_0(x), \quad \forall x \in \Omega, \quad v(x,t) = 0, \ \forall (x,t) \in \partial_2\Omega, \\ v(x,t) \text{ удовлетворяют условию периодичности на } \partial_1\Omega \times \mathbf{R} \end{cases} \tag{1}$$

для системы

$$\begin{cases} (1 - \varkappa\nabla^2)v_t = \nu\nabla^2 v - (v\cdot\nabla)\widetilde{v} - (\widetilde{v}\cdot\nabla)\,v - (v\cdot\nabla)v - \nabla p, \\ 0 = \nabla\cdot v, \end{cases} \tag{2}$$

которая моделирует динамику несжимаемой вязкоупругой жидкости [1]. Функция $v = (v_1,\ldots,v_n), v_i = v_i(x,t), x \in \Omega$ имеет физический смысл скорости течения, $p = p(x,t)$ отвечает давлению. Здесь $\Omega \subset \mathbf{R}^n$, $n = 2,3,4$ — ограниченная область с границей $\partial\Omega$. Параметры $\nu \in \mathbf{R}_+$ и $\varkappa \in \mathbf{R}$ характеризуют вязкие и упругие свойства жидкости.

Задача Тейлора моделирует ситуацию, когда жидкость занимает пространство между двумя вращающимися цилиндрами [2]. Область Ω выбирается так, чтобы на ее границе $\partial_1\Omega$ (лежащей при $n = 3$ на двух плоскостях α и β, перпендикулярных оси цилиндров) выполнялось условие периодичности, (т. е. $v(x,t)|_{\partial\Omega\cap\alpha} = v(x,t)|_{\partial\Omega\cap\beta}$, $\partial\Omega\cap(\alpha\cup\beta) = \partial_1\Omega$, $\forall t \in \mathbf{R}_+$), $\partial_2\Omega = \partial\Omega \setminus \partial_1\Omega$.

Теорема 1. *Пусть $u_0 \in B$. Тогда для некоторого $t_0 = t_0(u_0)$ существует единственное решение задачи* (1), (2) $u = (u_\sigma, 0, \overline{p})$ *класса* $C^\infty((-t_0,t_0);B)$, $u \in B$ *для всех* $t \in (-t_0, t_o)$.

Здесь B — фазовое пространство [3] рассматриваемой задачи.

Работа поддержана Министерством Образования и Науки Российской Федерации (государственное задание № 1.857.2014/К).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осколков А. П.* Начально–краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина–Фойгта и жидкостей Олдройта. — Тр. матем. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР, 1988, № 179, с. 126–164.
2. *Марсден Дж.* Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М.: Мир. 1980.
3. *Свиридюк Г. А., Сукачева Т. Г.* Фазовые пространства одного класса операторных уравнений. — Дифф. уравнения., 1990, т. 26, № 2, с. 250–258.