ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 22 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2015

**В. А. Пухлий** (Севастополь, СГУ). **Решение начально-краевых задач математической физики модифицированным методом последовательных приближений.**

Современное развитие прикладной и промышленной математики, как правило, связано с применением численных методов. Не ставя своей целью обсуждение таких подходов и методов, автор, тем не менее, присоединяется к известному высказыванию нобелевского лауреата, академика Л. В. Кантаровича о том, что было бы преждевременным на основании доверия к «выводам» машинной техники приближенные аналитические методы считать устаревшими. Применяя различного рода модификации, некоторые из этих методов могут быть существенным образом улучшены. Классическим примером такого рода модификации являются разработанные академиком А. Н. Крыловым методы ускорения сходимости тригонометрических рядов.

В математике широко известен метод последовательных приближений. Идея применения метода последовательных приближений для решения дифференциальных уравнений принадлежит Коши, который использовал его для доказательства существования решения уравнений не только первого, но и более высокого порядка. В современной общей форме метод разработан Э. Пикаром. Впервые широко применял этот метод для решения дифференциальных уравнений Г. Шварц. В задачах устойчивости он был применен Л. Вианелло. А. Стодола впервые применил его к задачам о колебаниях. Метод последовательных приближений применялся также в работах А. Ф. Папковича, В. А. Сибирякова.

От многих приближенных методов он отличается тем, что:

— может применяться совершенно формально, т. е. без предварительной аппроксимации неизвестных функций;

— сводит задачу к алгебраическому уравнению, либо к системе их. Модифицированный метод последовательных приближений применялся В. Е. Поповичем при решении задач устойчивости и колебаний упругих систем. В дальнейшем метод использовался в работах Э. И. Григолюка, В. Е. Поповича и В. А. Пухлия [1, 2] для решения задач изгиба пластин и оболочек, а также в работах В.А.Пухлия при решении задач о напряженно-деформированном состоянии однородных и слоистых оболочек постоянной и переменной жесткости [3].

Вопросы обоснования, сходимости и оценки погрешности модифицированного метода последовательных приближений рассматривались в работах В.Е.Поповича, Э. И. Григолюка, В. Е. Поповича, В. А. Пухлия [1], В. А. Пухлия [4, 5].

Модифицированный метод последовательных приближений отличается от классического еще и тем, что в процессе каждого последовательного приближения здесь не нужно удовлетворять граничным либо начальным условиям, которые выполняются только один раз для построенного по определенным правилам общего решения дифференциальных уравнений, либо системы их.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2015 г.

Проведенные исследования ряда краевых задач математической физики показали, что в ряде случаев имеет место медленная сходимость степенных рядов в модифицированном методе последовательных приближений.

Известно, что одна и та же функция может быть представлена целым спектром различных степенных рядов. Представляя по существу одну и ту же функцию все они обладают весьма различной скоростью сходимости. Если мы преследуем цель — абсолютную точность, то все эти представления равнозначны. Но если наша цель — заданная ограниченная точность, то эти представления будут совершенно различны. Самой слабой сходимостью обладают ряды Тейлора, с другой стороны самая сильная сходимость характерна для полиномов Чебышева.

Здесь для ускорения сходимости решения используется метод телескопического сдвига степенного ряда Ланцоша. Идея метода заключается в том, что имеющийся в нашем распоряжении ряд Мак-Лорена телескопически сдвигается в гораздо более короткий ряд, не теряя в точности. Для этого используется возможность представления любого степенного ряда через смещенные полиномы Чебышева на интервале [0,1].

В работе излагаются алгоритмы решения модифицированным методом последовательных приближений систем обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами 1-го порядка, систем дифференциальных уравнений высокого порядка применительно к краевым задачам, а также применительно к начальным задачам, алгоритмы вычисления специальных функций [6].

Излагается вариант модифицированного метода последовательных приближений в смещенных полиномах Чебышева, при этом для ускорения сходимости решения используется метод телескопического сдвига степенного ряда.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Григолюк Э. И.*, *Попович В. Е.*, *Пухлий В. А.* Изгиб сложно нагруженных параллелограммных пластин. — Изв. АН СССР, МТТ, 1972, № 3, с. 117–124.
2. *Григолюк Э. И.*, *Попович В. Е.*, *Пухлий В. А.* Изгиб цилиндрической панели с трапециевидным контуром. — В кн.: Теория оболочек и пластин. М.: Наука, 1973, с. 660–664.
3. *Пухлий В. А.* Теория трехслойных оболочек переменной жесткости и ее приложения в машиностроении. — Изв. АН СССР, МТТ, 1980, № 1, с. 164.
4. *Пухлий В. А.* Метод аналитического решения двумерных краевых задач для систем эллиптических уравнений. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18, № 5, с. 1275–1282.
5. *Пухлий В. А.* Об одном подходе к решению краевых задач математической физики. — Дифференциальные уравнения, 1979, т. 15, № 11, с. 2039–2043.
6. Пухлий В. А. К проблеме вычисления специальных функций. — Материалы XXIII Международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики». Севастополь: Изд-во СевГУ, 2015, с. 25–31.