

Н. М. В л а с о в, О. И. Ч е л я п и н а (Подольск, Университет машиностроения). **Математическое моделирование водородной проницаемости цилиндрических оболочек с неоднородным коэффициентом диффузии.**

Безопасность эксплуатации цилиндрических оболочек в различных технических приложениях определяется уровнем и характером распределения внутренних напряжений. Среди последних весомое место занимают температурные, остаточные, в окрестности структурных несовершенств. Диффузионная проницаемость цилиндрических оболочек является важной характеристикой соответствующих элементов конструкций. Частным случаем упомянутой характеристики является водородная проницаемость рассматриваемых элементов конструкций. Ее важность обусловлена тем, что атомы водорода обладают высокой диффузионной подвижностью в широком температурном диапазоне. Поэтому возникает необходимость снижения водородной проницаемости систем на основе цилиндрических оболочек. Это достигается за счет комбинирования внутренних напряжений различной физической природы [1, 2]. Целью предлагаемого сообщения является математическое моделирование водородной проницаемости цилиндрической оболочки с неоднородным коэффициентом диффузии. Результаты исследования представляют интерес для прогнозирования эксплуатационных возможностей градиентных материалов.

Сохраняя общность, рассмотрим следующую координатную зависимость коэффициента диффузии атомов водорода в цилиндрической оболочке

$$D = D_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^n, \quad (1)$$

где D_0 — коэффициент диффузии однородного материала, r_0 — внутренний радиус цилиндрической оболочки, n — произвольный показатель степени. Сочетание r/r_0 и n позволяет получать любое координатное распределение коэффициента диффузии атомов водорода. Непрерывность диффузионного потока позволяет математически сформулировать задачу диффузионной кинетики

$$\frac{1}{D_0} \frac{\partial C}{\partial t} = (r/r_0)^n \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1+n}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right), \quad r_0 < r < R, \quad (2)$$

$$C(r, 0) = 0, \quad C(r_0, t) = C_0, \quad C(R, t) = 0,$$

где C — концентрация атомов водорода в континуальном приближении, r_0 и R — внутренний и внешний радиусы оболочки, C_0 — концентрация атомов водорода на внутренней поверхности оболочки. В начальный момент времени концентрация атомов водорода в оболочке равна нулю. Такая же концентрация сохраняется на внешней поверхности оболочки. Физически это означает, что атомы водорода мгновенно покидают внешнюю поверхность по мере их поступления. На внутренней поверхности оболочки концентрация атомов водорода остается постоянной. Для решения уравнения

(2) использовано интегральное преобразование Лапласа-Карсона [3]. Приведены аналитические соотношения для начальной стадии кинетики диффузионного процесса.

В стационарном приближении задача (2) математически формулируется следующим образом

$$\frac{d^2C}{dr^2} + \frac{1+n}{r} \frac{dC}{dr} = 0, \quad r_0 < r < R, \quad C(r_0) = C_0, \quad C(R) = 0. \quad (3)$$

Решение уравнения (3) получено для $n = -1, 0, 1$ и 2 .

Соответствующие диффузионные потоки атомов водорода через внешнюю поверхность оболочки записываются достаточно просто

$$|\vec{j}|_1 = \frac{DC_0}{R(R/r_0 - 1)}, \quad |\vec{j}|_2 = \frac{D_0C_0}{R \ln R/r_0}, \quad |\vec{j}|_3 = \frac{D_0C_0}{r_0(R/r_0 - 1)}, \quad |\vec{j}|_4 = \frac{2RD_0C_0}{r_0^2(R^2/r_0^2 - 1)}, \quad (4)$$

где $|\vec{j}|_1$, $|\vec{j}|_2$, $|\vec{j}|_3$ и $|\vec{j}|_4$ — диффузионные потоки атомов водорода (водородная проницаемость) для $n = -1, 0, 1$ и 2 соответственно. Произвольный показатель степени n изменяет симметрию уравнения (3): $n = -1$ (полоса), $n = 0$ (цилиндрическая оболочка), $n = 1$ (сферическая оболочка), $n = 2$ (система более высокой размерности). Это позволяет управлять водородной проницаемостью цилиндрической оболочки с неоднородным коэффициентом диффузии.

Исследована водородная проницаемость цилиндрической оболочки с переменным коэффициентом диффузии. Приведены аналитические соотношения для диффузионных потоков атомов водорода через внешнюю поверхность оболочки. Обсуждается возможность управления водородной проницаемостью системы за счет изменения координатной зависимости коэффициента диффузии атомов водорода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Власов Н. М., Челяпина О. И. Параметры управления диффузионной кинетикой в цилиндрических оболочках. — Изв. РАН, серия физическая, 2015, т. 79, № 9, с. 1225–1230.
2. Власов Н. М., Звягинцева А. В. Математическое моделирование водородной проницаемости металлов. Воронеж, ВГТУ, 2012, 248 с.
3. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. М.: Высшая школа, 1965, 465 с.