



**Задача 4.** Для заданного  $h > 0$  выбрать такую систему «центров»  $\{L_k\}_n \in P$ , чтобы покрытие множество  $X$  выполнялось для наименьшего числа  $n$ .

Приведены примеры решения задачи 3, в которых множество  $X$  — единичный квадрат плоскости и прямоугольный треугольник с единичными катетами, а система покрывающих «центров» — совокупность трех прямых  $\{L_1, L_2, L_3\}$ . В первом случае получено  $h_{\min} = \frac{1}{6}$ , а во втором —  $h_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{12}$ .

В общем случае в качестве  $Y$  можно выбрать множество кривых  $L \in M$  с какими-либо специальными свойствами. Предваряя постановку задачи оптимального многомаршрутного сканирования района зондирования, отметим, что одним из ее основных элементов является модель одного маршрута съемки в режиме «push broom» («заметания») [6–10], формируемая с учетом необходимых условий сканирования в виде его центральной линии  $L = L(s)$  и включающая модель рельефа района зондирования в виде аппроксимирующей поверхности  $\Phi = \Phi(r)$  [5, 6, 10]. К ним также присоединяется основное уравнение закона сканирования маршрута съемки  $s = s(t)$  [6–8]. При многомаршрутном сканировании заданного района дополнительно следует ввести модель полосы сканирования, «заметаемую» на поверхности  $\Phi = \Phi(r)$  сектором сканирования АН  $S = S(r)$  с параметром  $\varepsilon_0$ , который равен половине угла сектора захвата аппаратуры [5]. Центральная линия визирования АН пересекает при этом центральную линию маршрута съемки (ЦЛМ) при  $r = r_M(s(t))$ , а крайние (правая и левая) линии визирования сектора  $S$  будут вычерчивать на  $\Phi$  относительно  $L$  левую и правую границы полосы сканирования  $\Pi = \Pi(r)$ . Соответственно, проекции ЦЛМ  $L$  и полосы сканирования  $\Pi$  на поверхность общего земного эллипсоида  $G$  суть  $\tilde{L} = \tilde{L}(\tilde{s})$  и  $\tilde{\Pi}$ . Поскольку  $r = r(B, L, H)$ , где  $B, L, H$  — геодезические координаты точки, задаваемой радиус-вектором  $r \in \Phi$  (в гринвичской системе координат), то проекция этой точки на поверхность  $G$  задается радиус-вектором  $\tilde{r} = \tilde{r}(B, L, 0) \in G$ . Связь между  $r$  и  $\tilde{r}$ , а также между дуговыми координатами  $s$  и  $\tilde{s}$ , устанавливается с помощью модели рельефа района зондирования:  $H = \Phi(B, L)$ , которая является параметризацией поверхности  $\Phi$ , заданной в явном виде [11]. В общем случае поперечные размеры полосы сканирования определяются, в первую очередь, параметром АН  $\varepsilon_0$ , который можно рассматривать в качестве радиуса покрытия.

Модель маршрута съемки в виде его ЦЛМ и отвечающей ей полосы сканирования — естественная модель, а модель в виде проекций  $L$  и  $\Pi$  на эллипсоид  $G$ , т. е.  $\tilde{L}$  и  $\tilde{\Pi}$ , — геодезическая модель, которая дополнительно включает модель рельефа. Введем: во-первых, модель района зондирования в виде области  $\tilde{X} \subset G$ , образом которой в плоской области  $V$  будет область  $V_X \subset V$ ; во-вторых, множество «центров»  $\tilde{Y} \subset G$  в виде гладких кривых без самопересечений и ограниченной кривизны  $M \in \tilde{Y} \subset G$ . На этих кривых указываются точки  $m_0 \in M$ , от которых ведется отсчет дуговых координат  $\tilde{s}$  вдоль кривых  $M = M(\tilde{s})$  в направлении сканирования. Функцию «расстояния» от точки  $x \in \tilde{X}$  до кривой  $M \in \tilde{Y}$  определим длиной геодезической кривой (на поверхности  $G$ ), соединяющей  $x \in \tilde{X}$  с текущей точкой  $m(\tilde{s}_x) \in M$ , т. е.  $\rho(x, M) = \rho(x, m(\tilde{s}_x))$ , где  $\tilde{s}_x$  — дуговая координата точки  $m(\tilde{s}_x) \in M$ , которая наиболее близка к точке  $x \in \tilde{X} \subset G$ .

Переходя к постановке задачи, выделим в  $\tilde{Y}$  некоторую конечную систему «центров»  $\{M_k\}_n \in \tilde{Y}$  с указанием для них точек  $m_0^{(k)} \in M_k$ , направлений отсчета дуговых координат  $\tilde{s}$  и законов сканирования  $s^{(k)} = s^{(k)}(t)$ ,  $\forall t \in [t_0^{(k)}, t_f^{(k)}]$ . Для каждого  $k$ -го «центра» и его полосы сканирования для «радиуса покрытия»  $\varepsilon_0 > 0$  в  $\tilde{X}$  можно поставить в соответствие подмножество:  $E_{\varepsilon_0}(M_k) = \{x \in \tilde{X} \cap \tilde{\Pi}_k\}$ , и указать область влияния  $p$ -го «центра»  $M_p \in \{M_k\}_n \in \tilde{Y}$  ( $1 \leq p \leq n$ ) в  $\tilde{X}$ :  $D(M_p) = \{x \in \tilde{X} : \rho(x, M_p) \leq \rho(x, M_k), \forall k = 1, 2, \dots, n, k \neq p\}$ .

Тогда система  $\{M_k\}_n \in \tilde{Y}$  будет покрывать  $\tilde{X}$  с радиусом  $\varepsilon_0 > 0$ , если  $\tilde{X} \subset \bigcup_{k=1}^n E_{\varepsilon_0}(M_k)$ , т. е. каждая точка  $x \in \tilde{X}$  принадлежит хотя бы одной из полос  $\tilde{\Pi}_k$

( $k = 1, 2, \dots, n$ ).

Теперь можно сформулировать основные задачи оптимального многомаршрутного сканирования в режиме «push broom» геометрически сложных районов зондирования.

**Задача 5.** Для заданного  $\tilde{X}$  требуется выбрать такую систему  $n$  «центров»  $\{M_k\}_n \in \tilde{Y}$  ( $n \geq 1$ ), чтобы  $\tilde{X}$  покрывалось с наименьшим значением  $\varepsilon_0 > 0$ .

**Задача 6.** Для заданного параметра  $\varepsilon_0 > 0$  выбрать систему «центров»  $\{M_k\}_n \in \tilde{Y}$ , которая покрывает  $\tilde{X}$  для наименьшего числа  $n$ .

Исследование проведено при поддержке РФФИ, проект № 13-08-97019 р\_поволжье\_а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев В. В., Гансвинд И. Н. Проектирование систем космического мониторинга. Основы дистанционного зондирования. М.: Техносфера, 2006, 336 с.
2. Бакланов А. И. Системы наблюдения и мониторинга. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009, 234 с.
3. Пиявский С. А. Об оптимизации сетей. — Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1968, № 1, с. 68–80.
4. Брусов В. С., Пиявский С. А. Вычислительный алгоритм оптимального покрытия областей плоскости. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1971, т. 11, № 2, с. 304–312.
5. Горелов Ю. Н., Юрин В. Е. Об оптимальном многомаршрутном сканировании для космических аппаратов дистанционного зондирования Земли. — Изв. СамНЦ РАН, 2013, т. 15, № 6, с. 140–147.
6. Аншаков Г. П., Горелов Ю. Н., Данилов С. Б., Мантуров А. И., Усталов Ю. М. Теоретические основы и методы синтеза интегральных программ управления угловым движением космических аппаратов дистанционного зондирования множества районов наблюдения переменного состава на длительных временных интервалах. — В сб.: Труды XVI С.-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2009, с. 232–244.
7. Горелов Ю. Н., Горелова О. И., Данилов С. Б. К решению задачи оптимального управления сканированием маршрутов съемки при дистанционном зондировании Земли из космоса. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 6, с. 1051–1052.
8. Горелов Ю. Н., Данилов С. Б., Мантуров А. И., Пермяков А. В. Оптимальное управление сканированием маршрутов съемки для КА дистанционного зондирования Земли. — Общероссийский научно-техн. журнал «Полет», 2009, № 9, с. 49–55.
9. Горелов Ю. Н., Мантуров А. И., Соллогуб А. В. Синтез программного углового движения КА ДЗЗ при сканировании криволинейных маршрутов. — Общероссийский научно-техн. журнал «Полет», 2013, № 7, с. 3–12.
10. Горелов Ю. Н., Курганская Л. В., Мантуров А. И., Соллогуб А. В., Юрин В. Е. К задаче оптимизации программ управления угловым движением космического аппарата дистанционного зондирования Земли. — Гирскопия и навигация, 2014, № 1 (84), с. 81–97.
11. Александров А. Д., Нецветаев Н. Ю. Геометрия. М.: Наука, 1990, 672 с.