

Задача 4. Для заданного $h > 0$ выбрать такую систему «центров» $\{L_k\}_n \in P$, чтобы покрытие множество X выполнялось для наименьшего числа n .

Приведены примеры решения задачи 3, в которых множество X — единичный квадрат плоскости и прямоугольный треугольник с единичными катетами, а система покрывающих «центров» — совокупность трех прямых $\{L_1, L_2, L_3\}$. В первом случае получено $h_{\min} = \frac{1}{6}$, а во втором — $h_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

В общем случае в качестве Y можно выбрать множество кривых $L \in M$ с какими-либо специальными свойствами. Предваряя постановку задачи оптимального многомаршрутного сканирования района зондирования, отметим, что одним из ее основных элементов является модель одного маршрута съемки в режиме «push broom» («заметания») [6–10], формируемая с учетом необходимых условий сканирования в виде его центральной линии $L = L(s)$ и включающая модель рельефа района зондирования в виде аппроксимирующей поверхности $\Phi = \Phi(r)$ [5, 6, 10]. К ним также присоединяется основное уравнение закона сканирования маршрута съемки $s = s(t)$ [6–8]. При многомаршрутном сканировании заданного района дополнительно следует ввести модель полосы сканирования, «заметаемую» на поверхности $\Phi = \Phi(r)$ сектором сканирования АН $S = S(r)$ с параметром ε_0 , который равен половине угла сектора захвата аппаратуры [5]. Центральная линия визирования АН пересекает при этом центральную линию маршрута съемки (ЦЛМ) при $r = r_M(s(t))$, а крайние (правая и левая) линии визирования сектора S будут вычерчивать на Φ относительно L левую и правую границы полосы сканирования $\Pi = \Pi(r)$. Соответственно, проекции ЦЛМ L и полосы сканирования Π на поверхность общего земного эллипсоида G суть $\tilde{L} = \tilde{L}(\tilde{s})$ и $\tilde{\Pi}$. Поскольку $r = r(B, L, H)$, где B, L, H — геодезические координаты точки, задаваемой радиус-вектором $r \in \Phi$ (в гринвичской системе координат), то проекция этой точки на поверхность G задается радиус-вектором $\tilde{r} = \tilde{r}(B, L, 0) \in G$. Связь между r и \tilde{r} , а также между дуговыми координатами s и \tilde{s} , устанавливается с помощью модели рельефа района зондирования: $H = \Phi(B, L)$, которая является параметризацией поверхности Φ , заданной в явном виде [11]. В общем случае поперечные размеры полосы сканирования определяются, в первую очередь, параметром АН ε_0 , который можно рассматривать в качестве радиуса покрытия.

Модель маршрута съемки в виде его ЦЛМ и отвечающей ей полосы сканирования — естественная модель, а модель в виде проекций L и Π на эллипсоид G , т. е. \tilde{L} и $\tilde{\Pi}$, — геодезическая модель, которая дополнительно включает модель рельефа. Введем: во-первых, модель района зондирования в виде области $\tilde{X} \subset G$, образом которой в плоской области V будет область $V_X \subset V$; во-вторых, множество «центров» $\tilde{Y} \subset G$ в виде гладких кривых без самопересечений и ограниченной кривизны $M \in \tilde{Y} \subset G$. На этих кривых указываются точки $m_0 \in M$, от которых ведется отсчет дуговых координат \tilde{s} вдоль кривых $M = M(\tilde{s})$ в направлении сканирования. Функцию «расстояния» от точки $x \in \tilde{X}$ до кривой $M \in \tilde{Y}$ определим длиной геодезической кривой (на поверхности G), соединяющей $x \in \tilde{X}$ с текущей точкой $m(\tilde{s}_x) \in M$, т. е. $\rho(x, M) = \rho(x, m(\tilde{s}_x))$, где \tilde{s}_x — дуговая координата точки $m(\tilde{s}_x) \in M$, которая наиболее близка к точке $x \in \tilde{X} \subset G$.

Переходя к постановке задачи, выделим в \tilde{Y} некоторую конечную систему «центров» $\{M_k\}_n \in \tilde{Y}$ с указанием для них точек $m_0^{(k)} \in M_k$, направлений отсчета дуговых координат \tilde{s} и законов сканирования $s^{(k)} = s^{(k)}(t)$, $\forall t \in [t_0^{(k)}, t_f^{(k)}]$. Для каждого k -го «центра» и его полосы сканирования для «радиуса покрытия» $\varepsilon_0 > 0$ в \tilde{X} можно поставить в соответствие подмножество: $E_{\varepsilon_0}(M_k) = \{x \in \tilde{X} \cap \tilde{\Pi}_k\}$, и указать область влияния p -го «центра» $M_p \in \{M_k\}_n \in \tilde{Y}$ ($1 \leq p \leq n$) в \tilde{X} : $D(M_p) = \{x \in \tilde{X} : \rho(x, M_p) \leq \rho(x, M_k), \forall k = 1, 2, \dots, n, k \neq p\}$.

Тогда система $\{M_k\}_n \in \tilde{Y}$ будет покрывать \tilde{X} с радиусом $\varepsilon_0 > 0$, если $\tilde{X} \subset \bigcup_{k=1}^n E_{\varepsilon_0}(M_k)$, т. е. каждая точка $x \in \tilde{X}$ принадлежит хотя бы одной из полос $\tilde{\Pi}_k$

($k = 1, 2, \dots, n$).

Теперь можно сформулировать основные задачи оптимального многомаршрутного сканирования в режиме «push broom» геометрически сложных районов зондирования.

Задача 5. Для заданного \tilde{X} требуется выбрать такую систему n «центров» $\{M_k\}_n \in \tilde{Y}$ ($n \geq 1$), чтобы \tilde{X} покрывалось с наименьшим значением $\varepsilon_0 > 0$.

Задача 6. Для заданного параметра $\varepsilon_0 > 0$ выбрать систему «центров» $\{M_k\}_n \in \tilde{Y}$, которая покрывает \tilde{X} для наименьшего числа n .

Исследование проведено при поддержке РФФИ, проект № 13-08-97019 р_поволжье_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев В. В., Гансвинд И. Н. Проектирование систем космического мониторинга. Основы дистанционного зондирования. М.: Техносфера, 2006, 336 с.
2. Бакланов А. И. Системы наблюдения и мониторинга. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009, 234 с.
3. Пиявский С. А. Об оптимизации сетей. — Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1968, № 1, с. 68–80.
4. Брусов В. С., Пиявский С. А. Вычислительный алгоритм оптимального покрытия областей плоскости. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1971, т. 11, № 2, с. 304–312.
5. Горелов Ю. Н., Юрин В. Е. Об оптимальном многомаршрутном сканировании для космических аппаратов дистанционного зондирования Земли. — Изв. СамНЦ РАН, 2013, т. 15, № 6, с. 140–147.
6. Аншаков Г. П., Горелов Ю. Н., Данилов С. Б., Мантуров А. И., Усталов Ю. М. Теоретические основы и методы синтеза интегральных программ управления угловым движением космических аппаратов дистанционного зондирования множества районов наблюдения переменного состава на длительных временных интервалах. — В сб.: Труды XVI С.-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2009, с. 232–244.
7. Горелов Ю. Н., Горелова О. И., Данилов С. Б. К решению задачи оптимального управления сканированием маршрутов съемки при дистанционном зондировании Земли из космоса. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 6, с. 1051–1052.
8. Горелов Ю. Н., Данилов С. Б., Мантуров А. И., Пермьяков А. В. Оптимальное управление сканированием маршрутов съемки для КА дистанционного зондирования Земли. — Общероссийский научно-техн. журнал «Полет», 2009, № 9, с. 49–55.
9. Горелов Ю. Н., Мантуров А. И., Соллогуб А. В. Синтез программного углового движения КА ДЗЗ при сканировании криволинейных маршрутов. — Общероссийский научно-техн. журнал «Полет», 2013, № 7, с. 3–12.
10. Горелов Ю. Н., Курганская Л. В., Мантуров А. И., Соллогуб А. В., Юрин В. Е. К задаче оптимизации программ управления угловым движением космического аппарата дистанционного зондирования Земли. — Гирскопия и навигация, 2014, № 1 (84), с. 81–97.
11. Александров А. Д., Нецветаев Н. Ю. Геометрия. М.: Наука, 1990, 672 с.