

О. Е. Кудрявцев, В. В. Родченко (Ростов-на-Дону, Ростовский филиал РТА, ЮФУ, ООО НПФ «ИнВайз Системс»). **Оценка стоимости барьерных опционов в моделях со стохастической волатильностью.**

Модели со стохастической волатильностью пользуются большой популярностью в последнее время — как в силу их способности моделировать явления «улыбки» волатильности, так и более справедливой оценки рисков. Кроме того, они накладывают существенно менее жесткие предположения о характере движения цены базового актива.

Общий класс моделей Леви со стохастической волатильностью (включая часто используемые модели Хестона и Бейтса) может быть описан следующим образом:

$$d \log S_t = \mu(V_t) dt + \sigma(V_t) dW_t^1 + dX_t, \quad (1)$$

$$dV_t = \alpha(V_t) dt + \beta(V_t) dW_t^2, \quad (2)$$

где S_t из (1) — процесс цены относительно меры, нейтральной к риску, V_t из (2) — процесс состояний рынка (напр., процесс вариации), который предполагается стационарным, $\mu(V_t)$ и $\sigma(V_t)$ — снос и волатильность процесса логарифма цены, соответственно; X_t — чисто негауссовый процесс Леви («процесс скачков»), винеровские процессы W_t^1 и W_t^2 могут коррелировать: $d \langle W^1, W^2 \rangle_t = \rho dt$. Модель Хестона [1] не включает скачков.

С вычислительной точки зрения, нахождение цен барьерных опционов в моделях со стохастической волатильностью — нетривиальная задача, требующая отыскания решения трехмерного уравнения с частными производными и интегральной частью при наличии скачков.

Руководствуясь методом, описанным в [2], мы применяем аппроксимацию марковской цепью для процесса CIR (процесса вариации). Для устранения корреляции, следуя [3], мы строим подходящую замену процессов. Далее мы переходим к рассмотрению поведения процессов на достаточно малых интервалах времени, при этом значение волатильности фиксируется состоянием марковской цепи. Это дает возможность использования метода Винера–Хопфа для решения соответствующих задач (см. напр., [4]).

Используя подход [3], мы строим и реализуем, для сравнения, конечно-разностные схемы с соответствующими граничными условиями и приводим результаты численных экспериментов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ, проект № 15-32-01390.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Heston L.* A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. — *Review of Financial Studies*, 1993, v. 6, p. 327–343.
2. *Appolloni E., Caramellino L., Zanette A.* A robust tree method for pricing American options with the CoxIngersollRoss interest rate model. — *IMA J. Management Mathematics*, to appear, doi: 10.1093/imaman/dpt030.
3. *Briani M., Caramellino L., Zanette A.* A hybrid tree-finite difference approach for the Heston model, 2014. Available at: <http://arxiv.org/abs/1307.7178>
4. *Kudryavtsev O., Levendorskii S.* Fast and accurate pricing of barrier options under Levy processes. — *J. Finance and Stochastics*, 2009, v. 13, № 4, p. 531–562.