

**М. А. Сагадеева** (Челябинск, ЮУрГУ). **О решении линейного стохастического уравнения соболевского типа с аддитивными «шумами» в отнositельно радиальном случае.**

Пусть  $\mathfrak{U}, \mathfrak{F}$  — вещественные сепарабельные гильбертовы пространства, операторы  $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$  и  $L \in Cl(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$ . Пусть оператор  $M$  сильно  $(L, p)$ -радиален [1],  $p \in \mathbf{Z}_+$ . Рассмотрим на интервале  $\mathcal{I} = [0, \tau]$  линейное стохастическое уравнение соболевского типа [2]

$$L \overset{\circ}{\eta} = M\eta + N\omega, \quad (1)$$

где  $\eta(t)$  — искомый случайный процесс,  $\overset{\circ}{\eta}$  — его производная Нельсона–Гликлиха [3]. Отметим, что данное уравнение рассматривалось ранее в предположении, что операторно-дифференциальное уравнение обладает разрешающей аналитической группой [4]. Дополним уравнение (1) условием Шоултера–Сидорова

$$\lim_{t \rightarrow +0} \left[ R_{\alpha}^L(M) \right]^{p+1} (\eta(t) - \xi_0) = 0. \quad (2)$$

Пусть  $K \in \mathcal{L}(\mathfrak{U})$  — ядерный оператор [2, 4], чьи собственные значения  $\{\lambda_j\} \subset \mathbf{R}_+$ . Назовем  $K$ -случайный процесс  $\eta \in \mathbf{C}_K^1 \mathbf{L}_2$  (классическим) решением уравнения (1), если п. н. все его траектории удовлетворяют уравнению (1) при некотором  $K$ -случайном процессе  $w \in \mathbf{C}_K \mathbf{L}_2$ , операторе  $N \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$  и всех  $t \in (0, \tau)$ . Решение  $\eta = \eta(t)$  уравнения (1) назовем (классическим) решением задачи (1), (2), если вдобавок выполнено условие (2).

**Теорема 1.** Пусть оператор  $M$  сильно  $(L, p)$ -радиален,  $p \in \mathbf{Z}_+$ . Тогда при любом  $N \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$ , любом  $K$ -случайном процессе  $w = w(t)$  таком, что  $(\mathbb{I} - Q)Nw \in \mathbf{C}_K^{p+1} \mathbf{L}_2$  и  $QNw \in \mathbf{C}_K \mathbf{L}_2$ , и любой случайной величине  $\xi_0 \in \mathbf{L}_2$ , не зависящей от  $w$ , существует единственное решение  $\eta \in \mathbf{C}_K^1 \mathbf{L}_2$  задачи (1), (2) вида

$$\eta(t) = U^t \xi_0 + \int_0^t U^{t-s} L_1^{-1} Q N \omega(s) ds - \sum_{q=0}^p H^q M_0^{-1} (\mathbb{I} - Q) N \overset{\circ}{\omega}^{(q)}(t).$$

Однако «белый шум»  $w(t) = (2t)^{-1} W_K(t)$  (подробнее в [2, 4]) не удовлетворяет условию  $(\mathbb{I} - Q)Nw \in \mathbf{C}_K^{p+1} \mathbf{L}_2$  и  $QNw \in \mathbf{C}_K \mathbf{L}_2$ , и поэтому не может быть в правой части уравнения (1). Выполнив преобразования [4] получим, что справедлива следующая. Чтобы воспользоваться этим подходом, преобразуем второе слагаемое в правой части (9)

**Теорема 2.** Пусть оператор  $M$  сильно  $(L, p)$ -радиален,  $p \in \mathbf{Z}_+$ . Тогда при любом  $N \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$  и любой  $\mathfrak{U}$ -значной случайной величине  $\xi_0 \in \mathbf{L}_2$ , не зависящей

от  $W_K$ , существует единственное решение  $\eta = \eta(t)$  задачи (1), (2) вида

$$\eta(t) = U^t \xi_0 + L_1^{-1} \left[ QNW_K(t) - M_1 \int_0^t U^{t-s} L_1^{-1} QNW_K(s) ds \right] - \sum_{q=0}^p H^q M_0^{-1} (\mathbb{I} - Q) N \overset{\circ}{W}_K^{(q+1)}(t).$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sviridyuk G. A., Fedorov V. E.* Linear Sobolev type equations and degenerate semigroups of operator. Utrecht–Boston: VSP, 2003, 216 p.
2. *Сагадеева М. А.* О существовании решения в пространстве «шумов» линейного уравнения соболевского типа с относительно радиальным оператором. — Вырожденные полугруппы и пропагаторы уравнений соболевского типа. Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2014, с. 75–84.
3. *Гликлиз Ю. Е.* Изучение уравнений леонтьевского типа с белым шумом методами производных в среднем случайных процессов. — Вестник ЮУрГУ. Серия: матем. модел. и программ., 2012, № 27 (286), в. 13, с. 24–34.
4. *Свиридюк Г. А., Манакова Н. А.* Динамические модели соболевского типа с условием Шоултера–Сидорова и аддитивными «шумами». — Вестник ЮУрГУ. Серия: матем. модел. и программ., 2014, т. 6, № 1, с. 90–103.