

С. Е. Холодовский (Чита, ЗабГУ). **Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в кусочно-однородной полуплоскости, ограниченной слабопроницаемой пленкой.**

Рассмотрим в полуплоскости $D(y < 0)$, состоящей из двух квадрантов $D_1 = (x < 0) \times (y < 0)$ и $D_2 = (x > 0) \times (y < 0)$ с постоянной проницаемостью соответственно k_1 и k_2 , задачу для функций $u_i(x, y)$ в D_i вида

$$\Delta u_i = 0, \quad B\partial_y u_1 + u_1|_{y=0, x < 0} = 0, \quad B\partial_y u_2 + u_2|_{y=0, x > 0} = h(x), \quad (1)$$

$$x = 0: \quad u_1 = u_2, \quad k_1\partial_x u_1 = k_2\partial_x u_2, \quad (2)$$

где $\partial_y = \partial/\partial y$, граница $y = 0$ является слабопроницаемой пленкой [1]. Методом статьи [2] выразим решение задачи (1), (2) через решение классической задачи Дирихле в полуплоскости D :

$$\Delta f = 0, \quad y < 0; \quad f|_{y=0} = H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ h(x), & x > 0. \end{cases} \quad (3)$$

Представляя функции $u_i(x, y)$ (1), (2) в виде

$$u_1(x, y) = \frac{2k_2}{k_1 + k_2} F(x, y), \quad u_2(x, y) = F(x, y) + \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} F(-x, y), \quad (4)$$

для функции $F(x, y)$ получим задачу в однородной полуплоскости D :

$$\Delta F = 0, \quad B\partial_y F + F|_{y=0} = H(x). \quad (5)$$

Разлагая функцию $H(x)$ (3) в интеграл Фурье: $H(x) = \int_0^\infty g(x, \lambda) d\lambda$ (где $g(x, \lambda) = g_1(\lambda) \sin \lambda x + g_2(x, \lambda) \cos \lambda x$), получим решения задач (3), (5) в виде

$$f(x, y) = \int_0^\infty e^{\lambda y} g(x, \lambda) d\lambda, \quad F(x, y) = \int_0^\infty a(\lambda) e^{\lambda y} g(x, \lambda) d\lambda, \quad (6)$$

$a(\lambda) = \gamma(\lambda + \gamma)^{-1}$, $\gamma = B^{-1}$. Из разложения функции $f(x, y)$ (6) следует формула

$$\int_0^\infty e^{-\gamma t} f(x, y - t) dt = \int_0^\infty e^{\lambda y} g(x, \lambda) (\lambda + \gamma)^{-1} d\lambda.$$

Отсюда решение (6) задачи (5) примет вид (без разложений Фурье):

$$F(x, y) = \gamma \int_0^\infty e^{-\gamma t} f(x, y - t) dt. \quad (7)$$

Решение исходной задачи (1), (2) строится по формулам (4), (7).

Работа выполнена в рамках гранта № 250-ГР совета по научной и инновационной деятельности ЗабГУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Холодовский С. Е.* О многослойных пленках на границе полупространства. — Математические заметки, 2016, т. 99, в. 3, с. 421–427.
2. *Kholodovskii S. E.* The Convolution Method of Fourier Expansions. The Case of Generalized Transmission Conditions of Crack (Screen) Type in Piecewise Inhomogeneous Media. — Differential Equations, 2009, v. 45, № 6, p. 873–877.