О Б О З Р Е Н И Е
П Р И К Л А Д Н О Й И П Р О М Ы Ш Л Е Н Н О Й
Т о м 25 М А Т Е М А Т И К И В ы п у с к 3
2018

Г. А. С в и р и д ю к, **С. А. З а г р е б и н а**, **А. С. К о н к и н а** (Челябинск, ЮУрГУ НИУ). **Моделирование дорожного движения на нерегулируемом перекрестке.**

Рассмотрим конечное упорядоченное множество конечных связных ориентированных графов $\mathbf{G} = \mathbf{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$, где $\mathcal{V} = \{V_j\}$ — множество вершин, а $\mathcal{E} = \{E_k\}$ — множество ребер, причем каждому ребру E_k каждого графа $\mathbf{G}$ ставится в соответствие два числа l_k и $b_k \in \mathbb{R}_+$, отвечающие его «длине» и «ширине» соответственно. (Безусловно, в контексте математической модели величины l_k и b_k безразмерны, однако для наглядности удобно представлять, что l_k измеряется в линейных метрических единицах, например, километрах или милях, а вот b_k равно количеству полос движения на проезжей части в одну сторону.) На каждом ребре E_k каждого графа $\mathbf{G}$ зададим линейное уравнение Осколкова [1]

$$\lambda u_{kt} - u_{ktxx} = \nu u_{kxx} + f_k. \tag{1}$$

Здесь $u_k = u_k(x,t)$, $x \in [0, l_k]$, $t \in \overline{\mathbb{R}}_+$ $(\equiv \{0\} \cup \mathbb{R}_+)$ характеризует среднюю скорость транспортного потока на E_k; $f_k = f_k(x,t)$, $(x,t) \in [0,l_k] \times \overline{\mathbb{R}}_+$, отвечает той (усредненной) силе, которая заставляет крутиться колеса транспортных средств. Коэффициенты λ равны единице, поделенной на коэффициент ретардации, который может принимать отрицательные значения, поэтому считаем $\lambda \in \mathbb{R}$. Коэффициент ν отвечает за вязкость транспортного потока, т. е. за его способность «гасить» резкие перепады скорости; по смыслу $\nu \in \mathbb{R}_+$.

Теперь обсудим условия, связывающие решения различных уравнений (1) в вершинах графа. Поскольку в данной модели вершины ассоциированы с перекрестками, условия на скоростной режим при проезде перекрестка, безусловно, очень важны. Первым рассмотрим *условие непрерывности*

$$u_k(0,t) = u_m(l_m,t), \ \forall E_k \in E^{\alpha}(V_j), \ \forall E_m \in E^{\omega}(V_j). \tag{2}$$

Здесь $E^{\alpha(\omega)}(V_j)$ обозначено множество ребер графа $\mathbf{G}$, выходящих из вершины V_j (входящих в вершину V_j). В контексте нашей модели условие (2) означает, что скорость въезда транспортного средства на перекресток должна равняться скорости съезда. (Это условие совершенно естественно, иначе возможны либо заторы на перекрестках, либо ДТП). Кроме (2) нам потребуется *условие баланса потоков*

$$\sum_{E_k \in E^{\alpha}(V_j)} b_k u_{kx}(0,t) - \sum_{E_m \in E^{\omega}(V_j)} b_m u_{mx}(l_m,t) = 0, \tag{3}$$

которое требует, чтобы количество выезжающих на перекресток транспортных средств было равно количеству съезжающих. Особо отметим, что (2) существует, только если

$$\mathbf{P}\big\{(E^{\alpha}(V_j) \neq \varnothing) \bigwedge (E^{\omega}(V_j) \neq \varnothing)\big\} = 1. \tag{4}$$

Что же касается (3), то оно выполняется и при нарушении (4). Например, в какую-либо вершину графа входит (или выходит из нее) только одно ребро. Тогда (3) в этой вершине превращается в однородное условие Неймана, а (2) в силу запрета (4) попросту исчезает.

Условия (2)–(4) имеют место в тех вершинах графа, которые ассоциированы с нерегулируемыми перекрестками. Уравнение (1) вместе с условиями (2)–(4), где свободный член $f_k = f(t)$ отвечает детерминированному внешнему воздействию, удается редуцировать к уравнению соболевского типа

$$L\dot{u} = Mu + f, \tag{5}$$

В докладе, представленном данным сообщением, для уравнения (5) рассмотрено дополняющее многоточечное начально-конечное условие вида $P_r(u(\tau_r) - u_r) = 0$, $r = \overline{0,n}$, где P_r — *относительно спектральные проекторы*, а $\tau_r \in \mathbb{R}_+$, если $\tau_{r-1} < \tau_r$ для $r = \overline{0,n}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Свиридюк Г. А., Загребина С. А., Конкина А. С.* Уравнения Осколкова на геометрических графах как математическая модель дорожного движения. — Вестник ЮУрГУ. Серия: математическое моделирование и программирование, 2015, т. 8, в. 3, с. 148–154, DOI: 10.14529/mmp1503010.