

Д. Е. Шафранов, О. Г. Китаева (Челябинск, ФГАОУ ВО ЮУрГУ (НИУ)). **Об одной модели с условием Шоултера–Сидорова и аддитивным «белым шумом» в коэффициентах дифференциальных форм.**

Пусть Ω_n — n -мерное ориентированное компактное связное риманово многообразие без края. Зададим гладкие дифференциальные q -формы, чьи коэффициенты являются стохастическими K -процессами [3] лежащими в подпространстве из $\mathbf{L}_2$

$$\omega(t, x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{|i_1, i_2, \dots, i_q|=q} \chi_{i_1, i_2, \dots, i_q}(t, x_1, x_2, \dots, x_n) dx_{i_1} \wedge dx_{i_2} \wedge \dots \wedge dx_{i_q},$$

где $|i_1, i_2, \dots, i_q|$ — мультииндекс, а коэффициенты имеют вид

$$\chi_{i_1, i_2, \dots, i_q}(t, x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_k} \beta_{k, i_1, i_2, \dots, i_q}(t) \varphi_k.$$

В работе мы используем стохастические K -процессы которые являются непрерывными, но недифференцируемыми в каждой точке в обычном смысле. Поэтому дифференцируемость мы понимаем в смысле Нельсона–Гликлиха [2].

Для фиксированных $\alpha \in \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}$ вводим операторы

$$L = (\lambda + \Delta), \quad M = \alpha \Delta, \quad (1)$$

где Δ — оператор Лапласа–Бельтрами. $L, M \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$ — линейны и ограничены.

Рассмотрим стохастическое неоднородное уравнение соболевского типа [1]

$$L \overset{\circ}{\eta} = M\eta + N\Theta. \quad (2)$$

с начальным условием Шоултера–Сидорова

$$\left[R_{\alpha}^L(M) \right]^{p+1} (\eta(0) - \eta_0) = 0. \quad (3)$$

Оператор L фредгольмов и в силу теоремы Атьи–Зингера справедлива

Лемма. Для любых $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ оператор M $(L, 0)$ -ограничен.

Пусть $\{\nu_l\}$ — последовательность собственных чисел оператора Лапласа–Бельтрами, занумерованная по невозрастанию с учетом их кратности, $\{\varphi_l\}$ — соответствующие ортонормированные (в смысле $\mathfrak{U}$) собственные функции. Построим проекторы P, Q . Рассмотрим дифференциальные q -формы с коэффициентами являющимися $\mathfrak{U}$ -значными стохастическими K -процессами.

Теорема. При любых $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ и любом операторе $N \in \mathcal{L}(\mathfrak{F})$ и $\eta_0 \in \mathbf{L}_2$, не зависящей от Θ существует единственное классическое решение $\eta = \eta(t)$ задачи (2), (3).

Если вдобавок η_0 такая, что

$$(P - \mathbb{I}) \left(\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_k} \xi_k(\varphi_k, \varphi_l)_0 \varphi_l \right) = \sum_{q=0}^p H^q M_0^{-1} (\mathbb{I} - Q) N \left(\sum_{j=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_j} \overset{\circ}{\alpha}_j^{(q)}(t) \varphi_j \right),$$

то решение задачи (2), (3) будет единственным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sviridyuk G. A., Fedorov V. E.* Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semigroups of Operators. Utrecht etc.: VSP, 2003, 216 p.
2. *Gliklikh Yu. E.* Global and Stochastic Analysis with Applications to Mathematical Physics. London etc.: Springer, 2011, 436 p.
3. *Sviridyuk G. A., Manakova N. A.* The Dynamical Models of Sobolev Type with Showalter–Sidorov Condition and Additive “Noise”. — Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modeling, Programming and Computer Software, 2014, v. 7, № 1, p. 90–103.