ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 23 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2016

С. В. Сейфуллина (Чебоксары, ФГБОУ ВПО «ЧГУ им. И. Н. Ульянова»). **О модели нефтяного рынка в адиабатическом приближении.**

Моделирование нефтяного рынка приводит к необходимости исследования связей между эффектами (например, объемами реализуемой нефти) и причинами (например, данными о запасах нефти в хранилищах США).

Пусть действие описывается функцией $f(t)$, изменяющейся за малый промежуток времени Δt пропорционально этому промежутку и величиной $F(t)$, являющейся мерой причины: $\dot{f}(t) = F(f(t), t)$. Условию $f = 0$ при $F = 0$ удовлетворяет простое уравнение $\dot{f}(t) = -\gamma f(t) + F(t)$, где γ — постоянная затухания. Из интегрального уравнения Вольтерра первого рода $f(t) = \int_0^t e^{-\gamma(t-\tau)} F(\tau)\, d\tau$ при $F(t) = ae^{-\delta t}$ получим $f(t) = a(e^{-\delta t} - e^{-\gamma t})/(\gamma - \delta)$.

Если постоянная времени $t_0 = 1/\gamma$, присущая системе, много меньше постоянной времени $t_1 = 1/\delta$, характерной для внешней силы, $f(t) \approx F(t)/\gamma$, что соответствует условию $\dot{f}(t) \approx 0$. Это функциональное утверждение, называемое адиабатическим приближением, будет использовано ниже.

Рассмотрим две подсистемы, живущие за счет «перекрывающихся» источников питания. Пусть $n_1(t)$ и $n_2(t)$ являются параметрами порядка. Они меняются в зависимости от скорости рождения и гибели особей подсистем. Динамика такого процесса описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{n}_1(t) &= (\alpha_{11} N_1(t) + \alpha_{12} N_2(t)) n_1(t) - \beta_1 n_1(t), \\ \dot{n}_2(t) &= (\alpha_{21} N_1(t) + \alpha_{22} N_2(t)) n_2(t) - \beta_2 n_2(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где $N_1(t)$ и $N_2(t)$ определяют количества доступной пищи.

Для $N_1(t)$ и $N_2(t)$ имеем уравнения

$$\begin{aligned} \dot{N}_1(t) &= \chi_1 (N_1^0 - N_1(t)) - \sigma_{11} n_1(t) - \sigma_{12} n_2(t), \\ \dot{N}_2(t) &= \chi_2 (N_2^0 - N_2(t)) - \sigma_{21} n_1(t) - \sigma_{22} n_2(t), \end{aligned} \tag{2}$$

где $\chi_j N_j^0$ — скорость поступления пищи, $-\chi_j N_j$ — скорость убыли пищи (например, из-за накопления в хранилищах).

Результат численного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений типа Вольтерра–Лотки (1) приведен на рис. 1 [1], где учтены зависимости $N_1(t)$ и $N_2(t)$ от $n_1(t)$ и $n_2(t)$ при $\dot{N}_j(t) = 0(2)$.

В настоящее время на сырьевых биржах сложилась практика нефтяных котировок на основе «маркерных» сортов Brent и WTI. Другие сорта нефти «привязаны» к ним. Поэтому полезно рассмотрение системы, состоящей из трех частей (подсистем). При $j = 3$ система дифференциальных уравнений для параметров порядка имеет вид [2]:

$$\begin{aligned} \dot{n}_1 &= (G_1 N_0 - \beta_1) n_1 - G_1 n_1 (\alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2 + \alpha_3 n_3), \\ \dot{n}_2 &= (G_2 N_0 - \beta_2) n_2 - G_2 n_2 (\alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2 + \alpha_3 n_3), \\ \dot{n}_3 &= (G_3 N_0 - \beta_3) n_3 - G_3 n_3 (\alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_2 + \alpha_3 n_3). \end{aligned} \tag{3}$$

Пример траектории, определяющей изменение долей сортов нефти на биржевых торгах, приведен на рис. 2, подробнее в работе [1].

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2016 г.

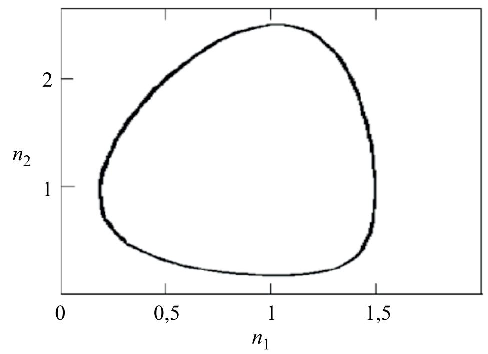

Рис. 1. Фазовый портрет ($j = 2$).

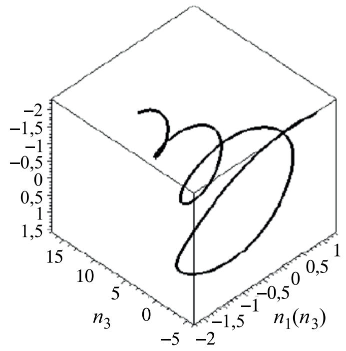

Рис. 2. Решение системы (3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеев В. В.*, *Возяков В. И.*, *Сейфуллина С. В.* Нечетко-множественный подход к самоорганизации торговых сетей. — Вестник Российского университета кооперации. Чебоксары, 2014, № 3(17), с. 131–136.
2. *Руденко В. Ю.*, *Сейфуллина С. В.* О самоорганизации торговых сетей. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, 210. т. 17, в. 2, с. 298–300.