

**Д. П. Кожан, Я. А. Пахомов** (Москва, Московский Банк ПАО Сбербанк). **Контрольные карты финансовых показателей. Сверточный критерий симметрии.**

**Постановка задачи.** В условиях экономической турбулентности важнейшей задачей Банка является ранняя диагностика проблем в бизнесе заемщиков для принятия своевременных мер. Внедрение в 2015 году математико-статистических методов в систему мониторинга крупных и крупнейших заемщиков-юридических лиц Московского Банка ПАО Сбербанк позволило сократить сроки диагностики с четырех месяцев до одного.

Прорывной и стратегической инновацией явилось использование контрольных карт, например, средних, кумулятивных сумм и размахов финансовых показателей предприятий, находящихся на мониторинге в Московском Банке ПАО Сбербанк. Они позволяют выявить нарушения управляемости процесса до того, как финансовые показатели вышли за пределы допуска, используя банковскую терминологию — за ковенантные границы. Установив помимо контрольных (ковенантных) границ также и предупреждающие границы, мы получили способ более ранней диагностики и, как следствие, существенно повысили эффективность анализа (подробно о контрольных картах можно прочитать, например, в [1] и [2]). Используя подходящие средства графического отображения, человеческий глаз способен легко выявлять признаки ухудшения и тревожные тенденции в бизнесе заемщиков.

Для установления величин контрольных и предупреждающих границ при построении контрольных карт средних  $\bar{x}$  и размахов  $R$  таких финансовых показателей заемщиков, как дебиторская, кредиторская задолженность, рентабельность или оборачиваемость, нам необходимо проверить гипотезу симметричности их распределений.

**Математика метода.** В работах [3] и [5] введены статистики критериев проверки гипотезы о симметрии функции распределения  $F(x)$  относительно нуля  $\theta_n = \int_0^1 \xi_n(1-t) d\xi_n(t)$ ,  $\tau_n = \int_0^1 \xi_n(1-t)\xi_n(t) dt$ , где  $\xi_n(t) = \sqrt{n}(t - F_n(F^{-1}(t)))$ , и  $\xi(t)$  — стандартный броуновский мост на  $[0, 1]$ , причем  $\theta = \int_0^1 \xi(1-t) d\xi(t)$ ,  $\tau = \int_0^1 \xi(1-t)\xi(t) dt$  — предельные для  $\theta_n$  и  $\tau_n$ .

В работе [4] рассматривается статистика критерия симметрии  $\omega_n^2 = \sum_{j=1}^n [F_n^*(1-t_{(j)} - (n-j+1)/n)]^2$ , предельное распределение которой совпадает с распределением  $\omega^2 = \int_0^1 w^2(t) dt$ , где  $w(t)$  — стандартный винеровский процесс.

По упорядоченной выборке  $x_1 \ll x_2 \ll \dots \ll x_{2n}$  объема  $2n$  построим статистику

$$\begin{aligned} \eta_{2n} &= \sum_{j=1}^n (F_{2n}(-x_j) + j/2n - 1)(F_{2n}(-x_{j+n}) + (j+n)/2n - 1) = \\ &= n \int_0^{1/2} (F_n(t) + F_n(1-t) - 1)(F_n(1/2-t) + F_n(1/2+t) - 1) dt. \end{aligned}$$

где  $t_i = F(x_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , причем

$$\eta_{2n} \rightarrow \eta = \int_0^{1/2} (\xi(1-t) + \xi(t))(\xi(1/2-t) + \xi(1/2+t)) dt.$$

Пользуясь известной формулой  $\omega^2 = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{X_n^2}{(n+\frac{1}{2})^2 \pi^2}$  [4], а также полученными в [5] и автором в [6] разложениями  $\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n X_n^2}{\pi^2 n^2}$  и  $\tau = \frac{2}{\pi} \sum_{n \neq 0} \frac{X_n^2}{n}$ , где  $X_n$  — стандартные нормальные случайные величины, вычислены моменты и скорости сходимости к предельным статистикам.

Сводим результаты в таблицу.

Название статистики	Дисперсия предельной статистики	Скорость сходимости к предельной
$\omega^2$	2/3	1/n <sup>3</sup>
$\theta$	1/45	1/(n-1)
$\tau$	2/3	1/n <sup>3</sup>
$\eta$	1/24	1/n <sup>3</sup>

Видно, что статистика  $\eta$  удобнее остальных, так как ее дисперсия в 16 раз меньше дисперсий  $\tau$  и  $\omega^2$  при равной скорости сходимости к предельным, а это означает меньший размер минимально достаточной выборки.

**Практическое применение результатов в мониторинге заемщиков.** Мы используем статистику  $\eta$  для проверки гипотезы о симметричности плотностей вероятностей финансовых показателей, что позволяет существенно повысить уровень значимости выводов.

**Экономическая эффективность.** Банковская деятельность дает простор применению контрольных карт — анализ осуществляется в реальном времени, не является ни дорогостоящим, ни разрушающим (как, например, в некоторых видах производств; парадоксально, что у заемщиков эти препятствия встречаются, а кредитующий и мониторингающий их Банк свободен от подобных проблем).

Контрольные карты реализованы в авторском ПО и используются в Московском Банке ПАО Сбербанк. При этом наш мощный аналитический пакет способен взять на себя практически всю работу по обнаружению признаков разладки бизнеса в online режиме, оставив сотруднику подразделения мониторинга лишь анализ наиболее сложных траекторий и случаев.

Экономический эффект от сокращения сроков диагностики исчисляется сотнями миллионов рублей в год.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: ЮНИТИ, 1998.
2. Клячкин В. Н. Многомерный статистический контроль технологического процесса. М.: Финансы и статистика, 2003.
3. Кожан Д. П., Солодяников Ю. В. Сравнение свёрточных критериев симметрии. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 2, с. 314.
4. Мартынов Г. В. Критерии Омега-квадрат. М.: Наука, 1978.
5. Клячко А. А., Солодяников Ю. В. Вычисление характеристических функций некоторых функционалов от винеровского процесса и броуновского моста — Теория вероятн. и ее примен., 1986, в. 3, с. 569–573.
6. Солодяников Ю. В., Кожан Д. П. Вычисление характеристических функций квадратичных функционалов от винеровских процессов — Вестник СамГУ, 2003, №4, с. 64–70.