

**Я. Е. Ромм, Е. Г. Назарьянц** (Таганрог, ТИ им. А. П. Чехова (филиал) ФГБОУ ВО «РГЭУ (РИНХ)»). **Параллельная двумерная упаковка.**

Последовательные детерминированные алгоритмы двумерной упаковки имеют экспоненциальную временную сложность, их построение относится к числу  $NP$ -полных задач.

Рассматривается задача упаковки прямоугольников в квадрант (*2D Area Packing Problem*, *2DAP*): дано  $n$  прямоугольных предметов с размерами  $w_i \times h_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , требуется найти упаковку в положительном квадранте с минимальной площадью окаймляющего прямоугольника. При этом повороты запрещены, стороны прямоугольников параллельны осям координат. Формальная запись:  $n$  — количество прямоугольников,  $w_i, h_i$  — высота и ширина  $i$ -го прямоугольника,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $W \times H \rightarrow \min$ , где  $W, H$  — высота и ширина окаймляющего прямоугольника. Характеризуемый ниже алгоритм решения задачи двумерной упаковки относится к точным, его выполнение является детерминированным и параллельным. Алгоритм строится на основе устойчивой параллельной сортировки и видоизменения формул Виета восстановления коэффициентов полинома по его комплексным корням. Используемая сортировка сохраняет порядок равных элементов, является адресной с обратной адресацией на основе явного задания взаимно однозначного соответствия входных и выходных индексов. Сортировка применяется для максимально параллельного упорядочения элементов сочетаний и выбора оптимальной упаковки за минимальное время, при этом временная сложность ее  $T(N^2/2) = O(1)$ . Видоизменения формул Виета используются для генерации всевозможных сочетаний прямоугольников из заданного конечного множества, при этом порядок вхождения в сочетание прямоугольников не учитывается. Предложенный алгоритм является параллельным и имеет временную сложность близкую к линейной. При любом  $m < n$  алгоритм анализирует одновременно все  $C_n^m$  сочетаний, содержит  $\log_m n$  последовательных шагов. Локально оптимальная упаковка достигается в каждом отдельно взятом сочетании прямоугольников на выходе шага параллельного алгоритма. Временная сложность оценивается на модели неветвящихся параллельных программ и для одной из разновидностей алгоритма [1] представлена соотношением  $T(R) \leq 2q \frac{m}{m-1} (n + \log_m n + 1)\tau$ ,  $q = \text{const}$ , где  $R \leq 2^{m-1}(C_n^m m)^2$ . Глобально оптимальная упаковка получается при  $m = n$ , в этом случае оценка имеет вид  $T(R) = o(n)$ , где количество процессоров  $R \leq (2^n - 2)n^2$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ромм Я. Е., Назарьянц Е. Г. Параллельный детерминированный алгоритм двумерной упаковки на основе сортировки и видоизменения формул Виета. ТИ им. А. П. Чехова (филиал) ФГБОУ ВО «РГЭУ (РИНХ)». Таганрог, 2016, с. 39. Деп. в ВИНТИ 14.04.2016, № 61-В2016.