

А. В. Корольков, В. Б. Сапожников (Королев, ООО Научно-исследовательский внедренческий центр «ЭДУКОН»). **Некоторые задачи прикладной промышленной математики в инженерном обеспечении космических полетов.**

При конструировании и изготовлении космических аппаратов, при планировании и осуществлении космических полетов возникает множество инженерных задач, решение которых обеспечивает штатное функционирование отдельных систем и объекта в целом. На всех этапах жизненного цикла космического аппарата в решении этих задач задействованы конструктора, технологи, инженеры и ученые. Не смотря на частный характер решаемых ими задач, результаты их деятельности могут представлять практический и научный интерес для специалистов, работающих в самых разных отраслях промышленности.

В этой статье в качестве примера представлены решения двух задач, возникающих при планировании запуска и вывода на режим двигательной установки (ДУ) космического аппарата в условиях, близких к невесомости.

Оценка времени релаксации

При запуске двигателя в условиях, близких к невесомости, необходимо обеспечить непрерывное поступление жидкого топлива в двигательную установку. На сливном штуцере топливного бака установлено фазоразделительное устройство (ФУ, рис. 1.). Между ФУ и стенкой бака имеется зазор объемом V^* . В этом зазоре часть жидкого топлива удерживается капиллярными силами независимо от положения основного объема жидкости в топливном баке. Основной объем жидкости в условиях невесомости может занимать произвольное положение относительно ФУ. Наихудшее в момент запуска ДУ (с точки зрения обеспечения сплошности потока жидкости в заборное устройство) положение — когда жидкость находится в верхней (относительно оси ОХ) части емкости, как показано на рис. 1 а. При возникновении положительного ускорения основной объем жидкости должен выйти из положения неустойчивого равновесия и занять рабочее положение (войти в контакт с ФУ). На это потребуется определенное время — время релаксации. Время релаксации должно быть (много) меньше времени работы двигателя на объеме горючего V^* (рис. 1 а). Если отсутствует начальное отклонение поверхности контакта основного объема жидкости от состояния неустойчивого равновесия (а это наиболее неблагоприятное обстоятельство, увеличивающее время релаксации), для оценки времени релаксации можно воспользоваться критерием неустойчивости Рэлея–Тейлора [1]. Критическое волновое число K , ответственное за возникновение движения жидкости после запуска двигателя, зависит от сил плавучести, определяемых возникшим положительным ускорением, и от сил поверхностного натяжения

$$K^2 = (p_1 - p_2) \frac{g}{\sigma}.$$

Плотностью газа можно пренебречь по сравнению с плотностью жидкости (считаем, что число Атвуда $A = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \approx 1$), поэтому

$$K = \sqrt{p_1 \frac{g}{\sigma}}$$

Если характерный размер (диаметр) поверхности раздела меньше критической длины волны $l = 2\pi/K$, то жидкость останется неподвижной. Если в диаметре поверхности укладывается несколько критических длин волны, то возникает ускоренное движение жидкости в сторону ФУ, сопровождающееся вытеснением газа (см. рис. 1 б).

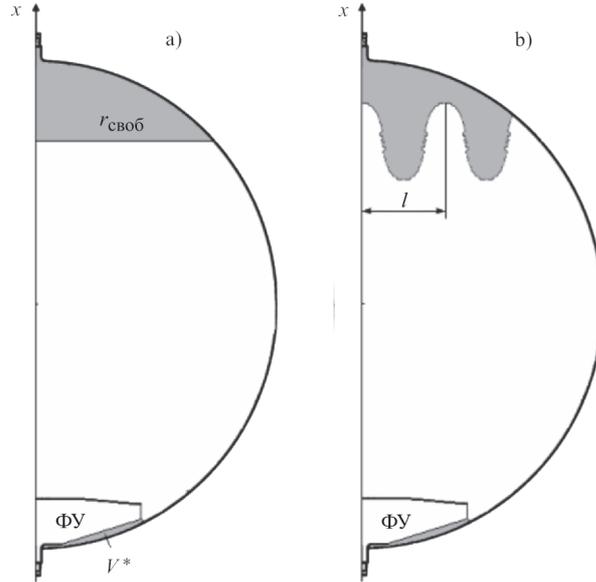


Рис. 1. а) «Наихудшее» расположение свободного объема жидкости. б) Неустойчивость Рэлея–Тейлора

Ускоренному движению центра масс объема жидкости препятствуют капиллярные силы, действующие в вертикальном направлении на искривленной поверхности «пальцев». Ускорение может быть получено из уравнения движения

$$a = g - \frac{F_s}{M},$$

где F_s — суммарная капиллярная сила, M — масса жидкости. Радиусы «пальцев» составляют четверть критической длины волны

$$r = \frac{\pi}{2K}.$$

Если S — площадь поверхности раздела сред, то количество пальцев можно оценить как $K_s = \frac{S}{\pi r^2}$. На каждом «пальце» действует капиллярная сила $F = 2\pi r\sigma$. Уравнение движения приобретает вид

$$a = g \left(1 - \frac{4S}{V\pi} \sqrt{\frac{\sigma}{pg}} \right) = g \left(1 - \frac{4S}{V\pi} \frac{1}{K} \right),$$

где V — объем жидкости. Для оценки времени релаксации можно взять время t_r прохождения центра масс жидкости расстояния $2R_b$

$$t_r = \sqrt{\frac{4R_b}{a}}.$$

Оценка площади контакта газового пузыря на сетке в потоке жидкости

Поток жидкости проходит сквозь сетку (1) со скоростью u (рис. 2.). Газовый пузырь (2, рис. 2.) объемом V прижимается потоком к сетке. Считаем, что форма

сплюснутого потоком газового пузыря определяется двумя радиусами r и R . Обозначим $r_0 = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ — радиус невозмущенного (сферического) пузыря.

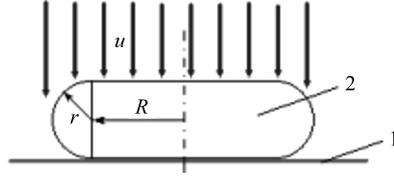


Рис. 2. Расчетная схема

Давление скоростного напора и давление в невозмущенном пузыре компенсируется давлением Лапласа

$$\frac{\rho u^2}{2} + \frac{2\sigma}{r_0} = \sigma \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r+R} \right). \quad (1)$$

Объем газового пузыря выражается через величины r и R

$$V = \pi^2 R r^2 + \frac{4}{3} \pi r^3 + 2\pi R^2 r. \quad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) относительно r и R позволяет определить площадь контакта пузыря с сеткой $S = \pi R^2$.

Обозначим $A = \rho u^2 / (2\sigma) + 2/r_0$, тогда из первого уравнения $R = r(2 - Ar) / (Ar - 1)$. Величина Ar должна удовлетворять неравенству $1 < Ar < 2$. Выражение для R подставляем во второе уравнение:

$$V = \pi^2 \frac{r(2 - Ar)}{Ar - 1} r^2 + \frac{4}{3} \pi r^3 + 2\pi \left(\frac{r(2 - Ar)}{Ar - 1} \right)^2 r. \quad (3)$$

Перейдем к безразмерным параметрам.

Поделив обе части уравнения (3) на r_0^3 , заменив $\frac{r}{r_0} \rightarrow \dot{r}$, получим (точку над r опускаем)

$$\frac{4}{3} = \pi \frac{r(4 - (We + 4)r)}{(We + 4)r - 2} r^2 + \frac{4}{3} r^3 + 2 \left(\frac{r(4 - (We + 4)r)}{(We + 4)r - 2} \right)^2 r. \quad (4)$$

Число Вебера $We = \frac{\rho u^2}{\sigma} r_0$.

Для безразмерной искомой величины r должно выполняться неравенство

$$\frac{2}{We + 4} < r < \frac{4}{We + 4}. \quad (5)$$

При любом значении числа Вебера безразмерная величина r удовлетворяет неравенству

$$0 < r < 1. \quad (6)$$

Для различных значений числа Вебера численно решаем уравнение (4). На рис. 3 показана зависимость безразмерной площади контакта пузыря с сеткой в зависимости от числа We

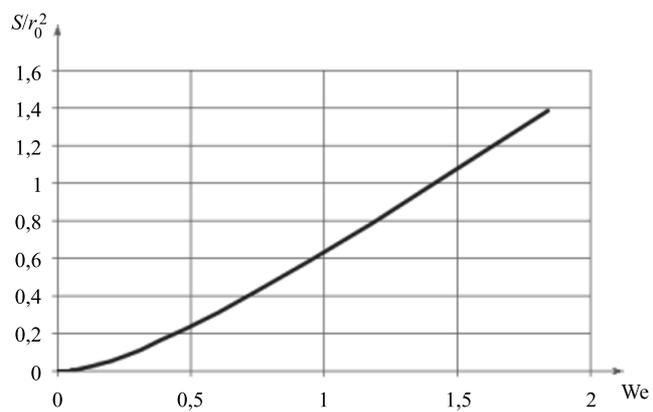


Рис. 3. Зависимость безразмерной площади контакта пузыря с сеткой от числа We

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лабунцов Д. А., Ягов В. В. Механика двухфазных систем. М.: Изд-во МЭИ, 2000, с. 143–146.