ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 23 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2016

Д. П. Кожан (Москва, Московский Банк ПАО Сбербанк). **Определение стохастического интеграла от упреждающей функции.**

Рассмотрим случайные процессы $I_1(s)=\int_0^s w(s-t)w(t)\,dt$ (определен в работе [1], $I_2(s)=\int_0^s w(s-t)dw(t)$ (введен в работе [2]), где $w(t)$ — стандартный винеровский процесс.

Теорема 1 [3, с. 314]. *Ковариационная функция случайного процесса $I_1(s)$, определяется формулой*

$$k_1(u,v)=\frac{2}{3}\min{}^3\{u,v\}\max\{u,v\}-\frac{1}{6}\min{}^4\{u,v\}.$$

Более общий результат можно найти в [4].

Исходя из того, что $\frac{\partial^2 k_1(u,v)}{\partial u\partial v}$ — непрерывна при $u=v$, $I_1(s)$ — дифференцируем. А так как

$$I_1(s)=\int_0^s w(s-t)w(t)\,dt=\int_0^s\int_0^t\int_0^{s-t} dw(u)\,dw(y)\,dt$$

$$=\int_0^s\int_0^s(s-u-y)dw(u)dw(y)=\int_0^s\left(\int_0^t w(t-y)dw(y)\right)dt=\int_0^s I_2(t)\,dt,$$

то получаем

О п р е д е л е н и е. $I_2(s)=\frac{d}{ds}I_1(s)$ в среднеквадратичном.

Также можно определить $I_2(s)$ как предел интегральных сумм и показать их фундаментальность в $L_p(p>0)$.

Теорема 2. *Ковариационная функция случайного процесса $I_2(s)$, равна*

$$k_2(u,v)=\min{}^2\{u,v\}.$$

Теорема 3. *Ковариационные функции $I_2(s)$ и процесса $w(s^2)$ совпадают.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Клячко А.*, *Солодянников Ю. В.* Вычисление распределения свертки винеровского процесса. — Проблемы передачи информации, 1985, т. 21, в. 4, с. 41–48.
2. *Солодянников Ю. В.*, *Кожан Д. П.* Вычисление характеристических функций квадратичных функционалов от винеровских процессов. — Вестник СамГУ, 2003, № 4, с. 64–70.
3. *Кожан Д. П.*, *Солодянников Ю. В.* Вычисление корреляционных функций сверточных процессов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 2, с. 314.
4. *Кожан Д. П.*, *Савинов А. В.* Вычисление ковариационной функции квадратичного винеровского функционала. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2016, т. 23, в. 1, с. 45–46.