ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 23 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2016

В. А. Саблуков (Москва, Лаб. ТВП). **Об оценке суммы случайных величин специального вида.**

Рассмотрим последовательность векторов случайных величин $\xi_t = (\xi_t(0), \ldots, \xi_t(N-1))$, $t \geqslant 0$, принимающих значение 0 или 1. Пусть $k_1, k_2 \in N$, и на каждом шаге случайно выбирается подстановка $\sigma_t \in S_N$. Тогда распределение вектора ξ_{t+1} определяется следующим образом

$$\mathbf{P}\{\xi_{t+1}(m) = 1\} = \frac{1}{2}\mathbf{P}\{\xi_t(\sigma_t^{-1}(m) - k_1 \mod N) = 1 \vee \xi_t(\sigma_t^{-1}(m) - k_2 \mod N) = 1\}.$$

Другими словами, если $\xi_t(m) = 1$, то $\xi_{t+1}(\sigma_t(m + k_1 \mod N)) = 1$ с вероятностью $\frac{1}{2}$ и $\xi_{t+1}(\sigma_t(m + k_2 \mod N)) = 1$ с вероятностью $\frac{1}{2}$. Оценим сумму случайных величин $\sum_{i=0}^{N-1} \xi_t(i)$.

Утверждение 1. *Если обозначить через p_t отношение суммы случайных величин $\xi_t(i), i = 0, \ldots, N-1$ к N, то верна следующая рекуррентная формула*

$$p_t = p_{t-1} - p_{t-1}^2.$$

Утверждение 2. *При $t \to \infty$ верна следующая оценка значения p_t, задаваемой рекуррентным соотношением* (1)

$$p_n = \frac{2}{t} + O\left(\frac{1}{t^2}\right).$$