

О. Е. Кудрявцев (Ростов-на-Дону, Ростовский филиал РТА). **Оценка ликвидности финансовых активов в моделях Леви.**

Самый простой способ оценить ликвидность финансового актива — посчитать стоимость возвращения в исходную позицию почти мгновенно после того, как был куплен финансовый актив. В [1] рассматривается инвестор с одной ценной бумагой в портфеле, который не может продавать на рынке свой актив в течение определенного периода времени. При отсутствии торговых ограничений, инвестор мог бы продать по максимальной цене, которая достигается активом в течение данного периода времени. Ожидаемая разница между максимальной ценой за период и ценой в конце периода, которую можно интерпретировать как европейский опцион lookback put с плавающей ценой исполнения, дает верхнюю границу для стоимости неликвидности.

Задача вычисления экзотических опционов, включая опционы типа lookback, в моделях Леви вызывает большой интерес последние годы. Пусть X_t — процесс Леви, характеристическую экспоненту которого обозначим через $\psi(\xi)$. Обозначим $q > 0$, $T_q \sim \text{Exp } q$, $\bar{X}_t = \sup_{0 \leq s \leq t} X_s$ и $\underline{X}_t = \inf_{0 \leq s \leq t} X_s$ — процессы супремума и инфимума, на основе которых выполняется факторизационное тождество Винера-Хопфа:

$$\phi_q^+(\xi) = E[e^{i\xi\bar{X}_{T_q}}], \quad \phi_q^-(\xi) = E[e^{i\xi\underline{X}_{T_q}}], \quad \frac{q}{q + \psi(\xi)} = \phi_q^+(\xi)\phi_q^-(\xi).$$

Вычисления опционов типа lookback put сводится к вычислению функционалов вида:

$$E^x [e^{-rT} g(X_T, \bar{X}_T) \mathbf{1}_{\{\bar{X}_T < h\}}],$$

где время $t = 0$ — начало периода обращения опциона, $t = T$ — конечная дата, h — поглощающий барьер, $g(X_T, \bar{X}_T)$ — функция выплат в момент времени T . Указанный функционал в общих моделях Леви можно вычислить используя технику построения приближенной факторизации Винера-Хопфа для $\phi_q^+(\xi)$, $\phi_q^-(\xi)$, комбинированную с обращением преобразования Лапласа, см. [2].

В частности, в момент времени $t = 0$ цена европейского опциона lookback put с плавающей ценой исполнения определяется по формуле:

$$V(T, x) = E^x [e^{-rT} (e^{\bar{X}_T} - e^{X_T})],$$

где $t = T$ — конечная дата. Если европейский lookback put с плавающей ценой исполнения нужно определить в момент времени $t = T_1$, то необходимо вычислить

$$V(T_1, T_2; x, h) = E_{T_1} [e^{-r(T_2 - T_1)} (e^{\bar{X}_{T_2}} - e^{X_{T_2}}) | X_{T_1} = x, \bar{X}_{T_1} = h].$$

Положим $T = T_2 - T_1$, тогда цена указанного сезонного опциона с предопределенным максимумом $H = e^h$ вычисляется по формуле:

$$\begin{aligned} V(T, x) &= E^x [e^{-rT} (e^{\max\{\bar{X}_T, h\}} - e^{X_T})] \\ &= E^x [e^{-rT} (e^{\bar{X}_T} - e^{X_T})] + E^x [e^{-rT} (H - e^{\bar{X}_T}) \mathbf{1}_{\{\bar{X}_T < h\}}]. \end{aligned}$$

Исследование выполнено при поддержке РГНФ (грант 15-32-01390).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Longstaff F. A.* How Much Can Marketability Affect Security Values? — J. Finance, 1995, v. 5, p. 1767–1774.
2. *Kudryavtsev O.* Advantages of the Laplace transform approach in pricing first touch digital options in Levy-driven models. — Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana, 2016, v. 22, p. 711–731.