ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 24 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2017

В. П. Котельников (Ростов-на-Дону, ВНИИ Градиент)**. Вычисление дисперсии произведения двух коррелированных случайных величин.**

В учебной литературе известна теорема для вычисления математического ожидания произведения двух коррелированных случайных величин $z = xy$: $m_z = m_x m_y + r\sigma_x\sigma_y$, где $r = r_{xy}$ — коэффициент корреляции, σ_x, σ_y — стандартные отклонения случайных величин. Известна также теорема для вычисления дисперсии произведения нескольких *независимых* случайных величин.

Для вычисления дисперсии произведения *двух коррелированных* случайных величин предлагается формула:

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2\sigma_y^2\Big\{(1+r^2) + \Big[\Big(\frac{m_x}{\sigma_x}\Big)^2 + \Big(\frac{m_y}{\sigma_y}\Big)^2 + 2r\Big(\frac{m_x}{\sigma_x}\Big)\Big(\frac{m_y}{\sigma_y}\Big)\Big]\Big\}.$$

Формула построена методом эвристического программирования, а ее точность подтверждена методом вычислительных экспериментов при многих вариантах исходных данных и изменении коэффициента корреляции в интервале (-1,1). Формулу можно использовать для решения различных научно-практических задач.

Обозначив коэффициенты вариации: $V_z = \sigma_z/m_z$, $V_x = \sigma_x/m_x$, $V_y = \sigma_y/m_y$, находим с использованием полученной формулы для дисперсии и существующей формулы для математического ожидания выражение для коэффициента вариации мультипликативной функции

$$V_z = \frac{1}{((V_xV_y)^{-1}) + r}\left\{(1+r^2) + \left[\frac{1}{V_x^2} + \frac{1}{V_y^2} + \left(\frac{2r}{V_xV_y}\right)\right]\right\}^{1/2}.$$

Известно, что вычисленные значения коэффициента вариации позволяют ориентировочно судить о виде распределения вероятностей мультипликативных функций двух случайных аргументов $z = xy$. Например, V_z для типовых распределений равны: 0,33 — нормального, 0,52 — Релея, 0,58 — равномерного, 1 — показательного и др.