

А. Н. Бестужева (Санкт-Петербург, ПГУПС). **Влияние начальных условий на характеристики области распространения диффундирующего вещества.**

В докладе обсуждается вопрос влияния формы начального распределения диффундирующего вещества на параметры области загрязнения. Предполагается, что в начальный момент времени на свободную поверхность безграничной жидкости попадает диффундирующее вещество, плотность которого меньше плотности воды. Считается, что жидкость идеальная, отсутствуют поверхностные и внутренние течения. Задача состоит в определении времени жизни и зависимости от времени радиуса «пятна загрязнения» (области свободной поверхности, занимаемой диффундирующим веществом, с концентрацией выше пороговой). Используются предположения о том, что коэффициент горизонтальной диффузии много больше коэффициента вертикальной диффузии и является постоянным. В этом случае математическая модель представляет собой краевую задачу для двумерного уравнения диффузии. В статье [1] для функции концентрации диффундирующего вещества в безразмерных переменных была получена формула

$$c(r, t) = \int_0^\infty e^{-\lambda^2 t} J_0(\lambda r) F(\lambda) \lambda d\lambda, \quad F(\lambda) = \int_0^\infty f(\xi) J_0(\lambda \xi) \xi d\xi.$$

Здесь функция $f(\xi)$ описывает распределение вещества в начальный момент времени, а $J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка. В статье [1] был рассмотрен пример, в котором диффундирующее вещество в начальный момент времени равномерно распределено по области начального загрязнения в виде круга радиуса 1. В докладе рассматриваются другие виды начального распределения концентрации диффундирующего вещества: линейная, квадратичная и т. д. Для них были получены зависимости концентрации диффундирующего вещества от времени в любой точке свободной поверхности. Делается вывод о том, что для больших значений времени начальная форма мало влияет на распространение пятна загрязнения диффундирующего вещества. Для малых значений пороговой концентрации были получены асимптотические оценки параметров области загрязнения: время жизни пятна загрязнения для различных форм начального распределения диффундирующего вещества и максимальный радиус этого пятна. Анализ был выполнен с помощью асимптотического метода для вычисления интегралов в правой части (интегралы Лапласа) выражений. Во всех случаях начального распределения диффундирующего вещества первые приближения для времени жизни пятна одинаковы и совпадают с найденными в статье [1]. Влиянием следующих членов при весьма малых пороговых значениях концентрации можно пренебречь. Для получения зависимости максимального радиуса от значений пороговой концентрации были использованы представления интегралов в ряды гипергеометрических функций. Для асимптотической оценки при учете первых двух членов рядов выведены аналитические зависимости максимального радиуса области загрязнения от значений предельно допустимой концентрации. Сравняются результаты асимптотического анализа и численного интегрирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bestuzheva A. N., Smirnov A. L.* Propagation dynamics of a diffusing substance on the surface and in the bulk of water. — Vestnik St. Petersburg University: Mathematics, 2015, v. 48, is. 4, p. 262–270.