

А. В. Неклюдов (Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана). **Поведение решений уравнения типа Гаусса на плоскости.**

Рассмотрим равномерно эллиптическое уравнение второго порядка

$$\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_j} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) = e^u \quad (1)$$

в двумерной области $Q = \{x : |x| > R_0\}$, где $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$. Частный случай уравнения (1) — уравнение Гаусса $\Delta u = e^u$, где Δ — оператор Лапласа, возникает в задачах геометрии, теории автоморфных функций, теории равновесия заряженного газа.

Поведение на бесконечности решений уравнения Гаусса рассматривалось ранее в цилиндрических областях с однородным условием Неймана или Дирихле на боковой поверхности [1–3] и во внешности круга [4]. Случай эллиптического уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и экспоненциальной нелинейностью, по-видимому, был рассмотрен только в [5] для цилиндрической области и граничного условия Неймана.

Результаты работы состоят в следующем.

Теорема 1. Пусть $u(x)$ — решение уравнения (1) в Q . Тогда

$$u(x) = P_0 V(x) + o(\ln |x|), \quad |x| \rightarrow \infty,$$

где $V(x)$ — фундаментальное решение соответствующего линейного эллиптического оператора, $P_0 = \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{|x|=r} \frac{\partial u}{\partial \nu} ds$, $P_0 < 0$ (ν — внешняя кономраль к окружности $|x| = r$).

Теорема 2. Пусть $u(x)$ — решение уравнения (1) в Q . Тогда для любого $\varepsilon > 0$ при $|x| > R_1(\varepsilon) = \text{const}$ справедлива оценка

$$u(x) \leq -(2 - \varepsilon) \ln |x|.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондратьев В. А., Олейник О. А. Об асимптотике решений нелинейных эллиптических уравнений. — Успехи матем. наук, 1993, т. 48, в. 4, с. 184–185.
2. Олейник О. А. Some asymptotic problems in the theory of partial differential equations. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1996.
3. Насруллаев А. И. Об асимптотике решений задачи Неймана для уравнения $\Delta u = e^u$ в полубесконечном цилиндре. — Успехи матем. наук, 1995, т. 50, в. 3, с. 161–162.
4. Неклюдов А. В. Поведение решений уравнения Гаусса-Бибербаха-Радемахера на плоскости. — Уфимский матем. ж., 2014, т. 6, в. 3, с. 88–97.
5. Неклюдов А. В. Поведение решений полулинейного эллиптического уравнения второго порядка вида $Lu = e^u$ в бесконечном цилиндре. — Матем. заметки, 2009, т. 85, в. 3, с. 408–420.