ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 24 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2017

**А. Н. Т ы р с и н** (Екатеринбург, УрФУ). **Векторная энтропия как диагностическая модель сложных стохастических систем.**

В [1] описан подход к моделированию стохастических систем, основанный на использовании дифференциальной энтропии. Он основан на представлении системы в виде случайного вектора $\mathbf{Y}=(Y_1,Y_2,\ldots,Y_m)$. Его компоненты $Y_i$ являются одномерными непрерывными случайными величинами с дисперсиями $\sigma^2_{Y_i}$, характеризующими функционирование соответствующих элементов исследуемой системы. В качестве математической модели используется представление дифференциальной энтропии $H(\mathbf{Y})$ случайного вектора $\mathbf{Y}$

$$H(\mathbf{Y})=H(\mathbf{Y})_V+H(\mathbf{Y})_R, \tag{1}$$

где

$$H(\mathbf{Y})_V=\sum_{i=1}^{m}H(Y_i)=\sum_{i=1}^{m}\ln\sigma_{Y_i}+\sum_{i=1}^{m}\varkappa_i$$

есть энтропия хаотичности, равная сумме энтропий случайных величин $Y_i$, $\varkappa_i=H(Y_i/\sigma_{Y_i})$ — энтропийный показатель типа закона распределения случайной величины $Y_i$, $i=1,2,\ldots,m$; $H(\mathbf{Y})_R=\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{m}\ln(1-R^2_{Y_k/Y_1Y_2\ldots Y_{k-1}})$ — энтропия самоорганизации, характеризующая вклад в энтропию тесноты корреляционных связей между компонентами случайного вектора $\mathbf{Y}$, $R^2_{Y_k/Y_1Y_2\ldots Y_{k-1}}$ — индексы детерминации соответствующих регрессионных зависимостей, $k=2,3,\ldots,m$.

Формула (1) не всегда объясняет поведение системы. Сложение компонент $H(\mathbf{Y})_V$ и $H(\mathbf{Y})_R$ с точки зрения системного анализа некорректно, т.к. они характеризуют различные закономерности сложных систем, $H(\mathbf{Y})_V$ — аддитивность, а $H(\mathbf{Y})_R$ — целостность системы. Практическое использование соотношения (1) показало, что возникают ситуации, когда у систем, имеющих разные функциональные состояния (выборки больных и здоровых людей, группы предприятий с высоким и низким уровнем производственного травматизма) оказываются примерно одинаковыми общие энтропии $H(\mathbf{Y})$, но соответствующие значения энтропий хаотичности $H(\mathbf{Y})_V$ и самоорганизации $H(\mathbf{Y})_R$ имеют значительные отличия. Это схематично выглядит следующим образом. Имеется две однотипные системы $\mathbf{Y}^{(1)}$ и $\mathbf{Y}^{(2)}$ с различными состояниями. При этом $H(\mathbf{Y}^{(1)})=0$, $H(\mathbf{Y}^{(1)})_V=1$, $H(\mathbf{Y}^{(1)})_R=-1$ и $H(\mathbf{Y}^{(2)})=0$, $H(\mathbf{Y}^{(2)})_V=10$, $H(\mathbf{Y}^{(2)})_R=-10$.

Поэтому необходимо рассматривать энтропию (1) как векторную величину

$$h(\mathbf{Y})=(h_V;h_R)=(H(\mathbf{Y})_V;H(\mathbf{Y})_R). \tag{2}$$

Векторное представление (2) позволяет устранить существующую неоднозначность в трактовке энтропии сложных систем. Она состоит в том, что одни авторы называют энтропию мерой беспорядка, неупорядоченности, хаоса, а другие — мерой упорядоченности, самоорганизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-01-00315а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тырсин А. Н.* Энтропийное моделирование многомерных стохастических систем. Воронеж: Научная книга, 2016, 156 с.