ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 24 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2017

Д. П. К о ж а н (Москва, ПАО Сбербанк)**. Вычисление асимптотической мощности критерия симметрии на основе свертки второго типа от броуновских мостов.**

Гипотеза симметрии относительно фиксированной точки μ для распределений с непрерывной плотностью имеет вид [1, с. 390]: $H_0: f(x-\mu) = f(-\mu-x)$ и в терминах функции распределения $H_0: F(x-\mu) = 1 - F(-\mu-x)$.

1. Сводка сверточных статистик симметрии. Статистика симметрии

$$H_{2n} = n\sum_{j=1}^{n}\Big(F_{2n}(-x_j) + \frac{j}{2n} - 1\Big)\Big(F_{2n}(-x_{j+n}) + \frac{j+n}{2n} - 1\Big)$$

на основе свертки I типа винеровских процессов $\eta = 1/2\int_0^1 w(1-t)w(t)\,dt$ построена в [2, с. 48].

В [4, с. 86] построены статистика симметрии

$$T_n = n\sum_{j=1}^{n}\Big(F_n(-x_j) + \frac{j}{n} - 1\Big)\Big(F_n(x_j) - \frac{j}{n}\Big)$$

на основе свертки I типа броуновских мостов $\tau = \int_0^1 \xi(1-t)\xi(t)\,dt$ и статистика симметрии

$$\Theta_n = n\sum_{j=1}^{n}\Big(F_n(x_j) + \frac{j}{n} - 1\Big)\Big(F_n(x_{j+1}) - F_n(x_j) + \frac{1}{2}\Big)$$

на основе свертки II типа броуновских мостов $\Theta = \int_0^1 \xi(1-t)\,d\xi(t)$. Последний интеграл определен автором в [3].

2. Вычисление асимптотической характеристической функции мощности критерия $\mathbf{\Theta_n}$. Следуя изложению работы [5], представим альтернативу в виде $F_1(x) = F_0(x) + \delta(x)$ или после замены $F_1(t) = t + \delta(t)$, где $\delta(0) = \delta(1) = 0$ и $\delta(t) \not\equiv \delta(1-t)$. Чтобы вычислить асимптотическую характеристическую функцию мощности $\varphi_{\beta(\delta)}(t)$ критерия Θ_n для любых непрерывных $\delta(t)$ в явном виде, используем результат работы [6, с. 64]:

Для $X = w \odot w + L(w) = \int_0^1 w(1-t)\,dw(t) + \int_0^1 g(t)\,dw(t)$

$$\mathbf{M}\,e^{itX} = (\mathrm{ch}\; t - i\,\mathrm{sh}\; t)^{-1/2}\exp\Big\{-\frac{t^2}{2}\int_0^1 g^2(t)\,dt - i\,t^3\int_0^1\int_0^1 G(x,y;t)g(x)g(y)\,dx\,dy\Big\},$$

где

$$G(x,y,t) = 2\,\mathrm{ch}(tx)/(\mathrm{ch}\; t)^{-1}(ch(ty) - i\;\mathrm{sh}(ty)).$$

Теорема. *Характеристическая функция асимптотической мощности сверточного критерия симметрии*

$$\Theta_n = n\sum_{j=1}^{n}\Big(F_n(x_j) + \frac{j}{n} - 1\Big)\Big(F_n(x_{j+1}) - F(x_j) + \frac{1}{n}\Big)$$

при непрерывной альтернативе $F_1(t) = t + \delta(t)$, *где* $\delta(0) = \delta(1) = 0$ *и* $\delta(t) \not\equiv \delta(1-t)$ *определяется формулой*

$$\varphi_{\beta(\delta)}(t) = e^{\varphi_0(t)} \sqrt{\frac{t}{\lambda}} \exp\left\{\frac{2t^3(\int_0^1 \delta(t)\,dt + i\,t^2 \int_0^1 \int_0^1 G(x,y,t)(\delta(1-x) + \delta(1-y))\,dx\,dy)}{\lambda}\right\},$$

где $\lambda = t - 2\,\mathrm{sh}\,t\,(2\,\mathrm{sh}^2(t/2) + i\,\mathrm{sh}\,t)$, $G(x,y;t) = 2\,(\mathrm{ch}\,t)^{-1}\,\mathrm{ch}\,(tx)\,(\mathrm{ch}\,(ty) - i\,\mathrm{sh}\,(ty))$, *причем* $\varphi_0(t) = -2\,t^2 \int_0^1 \delta^2\,(1-t)\,dt - 4\,i\,t^3 \int_0^1 \int_0^1 G(x,y,t)\,(\delta(1-x)\,\delta(1-y))\,dx\,dy$.

Полученный результат в явном виде описывает характеристическую функцию асимптотической мощности $\varphi_{\beta(\delta)}(t)$ критерия симметрии Θ_n на основе интеграла свертки II типа броуновских мостов $\Theta = \int_0^1 \xi(1-t)\,d\xi(t)$ для любых непрерывных альтернатив $\delta(t)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Айвазян С. А.*, *Енюков И. С.*, *Мешалкин Л. Д.* Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное издание. М.: Финансы и статистика, 1983, 471 с.
2. *Клячко А.*, *Солодянников Ю. В.* Вычисление распределения свертки винеровского процесса. — Проблемы передачи информации, 1985, т. 21, № 4, с. 41–48.
3. *Кожан Д. П.* Определение стохастического интеграла от упреждающей функции. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2016, т. 23, в. 4, с. 358–359.
4. *Кожан Д. П.* SPC-надстройка PD-модели. Финансовые контрольные карты. — Управление финансовыми рисками, 2017, № 2, с. 86–105.
5. *Кожан Д. П.* Вычисление асимптотической мощности критерия симметрии на основе свертки второго типа от броуновских мостов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2017, т. 24, в. 1, с. 69–71.
6. *Солодянников Ю. В.*, *Кожан Д. П.* Вычисление характеристических функций квадратичных функционалов от винеровских процессов. — Вестник СамГУ, 2003, № 4, с. 64–70.