

А.М.Ветошкин, А.В.Корольков, В.Б.Сапожников
(Мытищинский Филиал МГТУ им.Н.Э.Баумана, Королев ООО Научно-исследовательский внедренческий центр «ЭДУКОН»). **Взаимодействие системы жидкость-газ с фазоразделительными сетками.**

Фазоразделительные сетки предназначены для механического отделения газовой фазы из потока газожидкостной смеси с целью, например, предотвращения попадания газа в заборное устройство двигательной установки космического аппарата. Они характеризуются капиллярной удерживающей способностью (КУС) — максимальным (критическим) давлением P_k , при котором сетка выполняет свою функцию как фазоразделитель. КУС определяется экспериментально и интерпретируется как удерживающая способность идеальной плоской сетки с круглыми ячейками диаметром $d_{эфф}$ [1, 2]

$$P_k = \frac{4\sigma}{d_{эфф}}.$$

Реальные сетки обладают ячейками сложной формы с характерным размером d_{real} , отличным от $d_{эфф}$. Величина

$$Q_{st} = \frac{d_{real}}{d_{эфф}}$$

является относительной статической запирающей способностью, которая не превышает 1 и соответствует отношению максимального давления, при котором поверхность раздела сред реально удерживается на сетке, к теоретически достижимому давлению для данной сетки и данной жидкости. Q_{st} является характеристикой смачиваемости и зависит, в частности, от технологии обработки сетки.

Под динамической запирающей способностью сетки понимают способность сетки удерживать газовый пузырь в потоке жидкости, протекающей сквозь сетку. Факт «удержания» зависит от размера (радиуса R) пузыря, скорости (V), плотности (ρ) и кинематической вязкости (ν) жидкости, а также от коэффициента поверхностного натяжения (σ).

Если пузырь закрепился на сетке (рис. 1), то имеет место равенство давлений в областях 1 и 2. Обозначим P_2 — давление в области 2. Если допустить, что ячейки сетки имеют круглую форму диаметром круга $d_{эфф}$, то

$$P_2 \leq P_k = \frac{4\sigma}{d_{эфф}}.$$

В области 1 давление складывается из двух составляющих: P_{Lap} — давление в пузыре, когда он свободно движется с жидкостью (давление Лапласа)

$$P_{Lap} = \frac{2\sigma}{R},$$

и P_{tr} — давление, созданное за счет деформации формы пузыря силами трения, когда пузырь остановлен сеткой

$$P_{tr} = 6 \cdot \nu \cdot \rho \cdot \frac{V}{R}.$$

Здесь принято допущение, что деформирование формы пузыря на сетке не столь значительно, поэтому можно использовать формулу Стокса для силы трения сферического тела в потоке жидкости [3]. Такое допущение имеет смысл лишь для не очень больших пузырей.

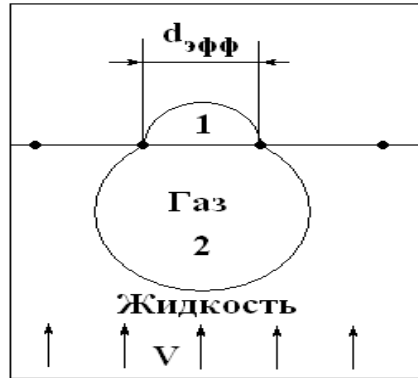


Рис. 1. Расчетная схема для определения динамической запирающей способности сетки

Теперь условие «удержания» сеткой пузыря можно сформулировать так:

$$\frac{2\sigma}{R} + 6 \cdot \nu \cdot \rho \cdot \frac{V}{R} = P_2 \leq P_k = \frac{4\sigma}{d_{эфф}}.$$

Это условие приводится к виду

$$We \leq Re \cdot \left(\frac{R}{r} - 1 \right) / 3, \quad (1)$$

где $r = d_{эфф}/2$ — минимальный радиус области 1 объема газа, $We = \rho \cdot V^2 \cdot d_{эфф}/\sigma$, $Re = V \cdot d_{эфф}/\nu$.



Рис. 2. Область прорыва и область удержания пузыря сеткой в плоскости (We, Re)

Если радиус пузыря в потоке меньше половины размера ячейки сетки, то неравенство (1) не выполняется, поскольку коэффициент $(R/r - 1)$ имеет отрицательный знак. В этом случае пузырь беспрепятственно проходит сквозь сетку. При каждом значении радиуса пузыря $R > r$ в плоскости (We, Re) можно указать область удержания и область прорыва пузыря сквозь сетку (рис. 2.). Угловым коэффициентом уравнения

прямой, разделяющей эти области, равен $(\frac{R}{r} - 1)/3$. С увеличением размера пузыря область удержания увеличивается.

Отношение

$$Q_{\text{din}} = \frac{\text{We}}{\text{Re}} = \rho \cdot \nu \cdot V / \sigma$$

можно рассматривать как относительную динамическую запирающую способность сетки. Условие удержания в этом случае формулируется так:

$$Q_{\text{din}} \leq \left(\frac{R}{r} - 1 \right) / 3. \quad (2)$$

Q_{din} не зависит от размера ячейки сетки, однако условие удержания (2) включает отношение размеров пузыря и ячейки сетки. Если относительная статическая запирающая способность Q_{st} не равна 1, то для реальной сетки с характерным диаметром d_{real} в правой части условия (2) появится поправка

$$Q_{\text{din}} \leq \left(\frac{R}{r} \cdot Q_{\text{st}} - 1 \right) / 3. \quad (3)$$

Анализируя соотношение (3), можно заметить, что жидкость с большим значением коэффициента поверхностного натяжения и меньшим значением коэффициента кинематической вязкости имеет большую область удержания. Сетки с плохими показателями статической запирающей способности могут удерживать пузыри лишь достаточно большого размера (относительно размера ячейки сетки), однако существует опасность, что пузыри большого размера за счет деформации потоком на сетке будут распадаться на более мелкие и проходить сквозь сетку. Это происходит в том случае, если давление в пузыре, прижатом к сетке, больше критического.

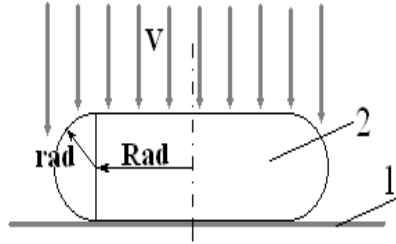


Рис. 3. Расчетная схема для определения способности сетки удерживать пузырь большого размера (1 — сетка, 2 — пузырь)

В работе [4] определены геометрические параметры газового пузыря, прижатого к сетке потоком жидкости, при допущении, что сплюснутый пузырь принимает форму шайбы с округлыми краями (рис. 3.). Это допущение позволяет оценить давление внутри сплюснутого пузыря (без учета вязкого трения на краях)

$$P_b = \frac{\rho \cdot V^2}{2} + \frac{2 \cdot \sigma}{R}.$$

Условие удержания пузыря на сетке

$$\frac{\rho \cdot V^2}{2} + \frac{2 \cdot \sigma}{R} \leq \frac{4\sigma}{d_{\text{эфф}}}$$

или же

$$We \leq \left(1 - \frac{r}{R}\right) \cdot 8. \quad (4)$$

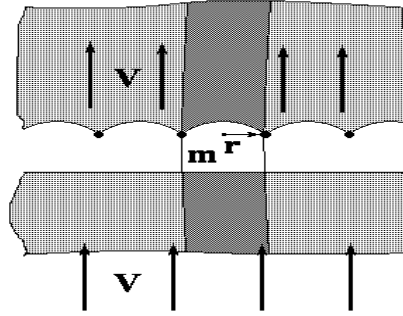


Рис. 4. Расчетная схема для получения условия удержания сеткой газовой прослойки

Существенным образом ситуация осложняется, если к сетке поступают не одиночные пузыри, а ансамбль пузырей, образующих газовую прослойку в объеме жидкости перед сеткой (рис. 4). В этом случае задержание газовых пузырей означает остановку движущейся жидкости силами поверхностного натяжения на границе жидкость-газ на фазоразделительной сетке. Для того чтобы газ прорвался сквозь сетку, необходимо, чтобы сил инерции движущегося столба жидкости-газа было достаточно для преодоления сил поверхностного натяжения.

Запишем уравнение движения для цилиндрического объема газа и жидкости массы m , натекающего на ячейку сетки радиуса r (см. рис. 4.)

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = m \cdot g - 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sigma \cdot h / (r^2 + h^2). \quad (5)$$

Здесь V — скорость движения объема, g — составляющая ускорения силы тяжести вдоль направления скорости, h — высота шарового сегмента, образованного силами поверхностного натяжения той части объема газа, которая уже прошла через ячейку сетки. Второй член в правой части уравнения (5) определяет силы поверхностного натяжения, препятствующие продвижению объема газа и жидкости сквозь ячейку сетки. Предполагается, что $Q_{st} = 1$.

Между высотой шарового сегмента h и скоростью V существует связь

$$(1 + h^2/r^2) \cdot \frac{dh}{dt} = 2 \cdot V. \quad (6)$$

Соотношения (5) и (6) образуют систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которая замыкается начальными условиями

$$h(0) = 0; \quad V(0) = V_0 \quad (7)$$

(в начальный момент времени $t = 0$ поверхность раздела жидкость-газ коснулась сетки, при этом скорость движения жидкости равнялась V_0).

Используя масштабы размера (r), скорости (V_0) и времени (r/V_0), представим систему (5), (6), (7) в безразмерном виде

$$\frac{dV}{dt} = B - A \cdot h / (1 + h^2); \quad (1 + h^2) \cdot \frac{dh}{dt} = 2 \cdot V \quad (8)$$

при условии $h(0) = 0, \quad V(0) = 1$.

Здесь

$$A = 4 \cdot \pi r^2 \cdot \sigma / (m \cdot V_0^2); \quad B = g \cdot r / V_0^2. \quad (9)$$

Сопоставляя эти уравнения и начальные условия (8), получаем соотношение между скоростью жидкости и высотой шарового сегмента, возвышающегося над ячейкой сетки,

$$V^2 = 1 + B \cdot h - A \cdot \frac{h^2}{2} + B \cdot \frac{h^3}{3}.$$

Если при $h \leq 1$ скорость V достигает значения 0, то газ не проходит сквозь сетку. Из анализа корней уравнения

$$1 + B \cdot h - A \cdot \frac{h^2}{2} + B \cdot \frac{h^3}{3} = 0$$

такое событие будет иметь место при

$$A \geq 2 + \frac{8}{3} \cdot B. \quad (10)$$

Неравенство (10) можно рассматривать как критерий удержания газа сеткой.

Можно массу столба газа и жидкости выразить через некоторый характерный размер объема жидкости L (например, начальная высота заполнения бака), при этом полагаем, что массой газа по сравнению с массой жидкости можно пренебречь:

$$m = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot L,$$

тогда, учитывая (9), критерий (10) приобретает вид

$$\frac{2}{We_L} \geq 1 + \frac{4}{3} \cdot g \cdot \rho \cdot r / V_0, \quad (11)$$

где $We_L = \rho \cdot V_0^2 \cdot L / \sigma$ — число Вебера.

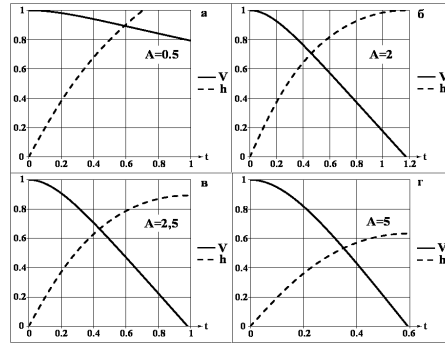


Рис. 5. Зависимости безразмерных скорости V и высоты h от времени для различных значений параметра A

При $g = 0$ критерий удержания газа сеткой не зависит от размера ячейки сетки.

На рис. 5 показаны результаты решения системы дифференциальных уравнений (8) в случае отсутствия сил тяжести ($B = 0$). На графиках изображены кривые зависимости безразмерных скорости жидкости и высоты шарового сегмента объема газа, проникшего сквозь ячейку сетки, от времени. Расчет прерывался, как только либо величина h становилась больше единицы (прорыв газа сквозь сетку), либо $V = 0$ (удержание газа на сетке). При $A = 0.5$ ($A < 2$) величина h достигает единицы, в этот момент скорость не нулевая, она соответствует скорости жидкости после прохождения газа сквозь сетку. При $A=2$ и скорость V и высота h одновременно достигли

своих предельных значений. Поскольку скорость движения объема жидкости равна нулю, можно фиксировать факт удержания газа на сетке. При $A = 2.5$ и $A = 5$ капиллярные силы являются определяющими, и газовая прослойка останавливается на сетке. Динамическая запирающая способность сетки Q_{din} и критерии удержания (4) и (10) служат основой для построения математических моделей в системе жидкость-газ-фазоразделительная сетка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сапожников В.Б., Меньшиков В.А., Партола И.С., Корольков А.В. Развитие идей профессора В.М.Поляева по применению пористо-сетчатых материалов для внутрибаковых устройств, обеспечивающих многократный запуск жидкостных ракетных двигателей. — Вестник Московского государственного технического ун-та им. Н.Э.Баумана. Серия: Машиностроение, 2006, №2, с. 78–88.
2. Сапожников В.Б., Гришко Я.П., Корольков А.В., Большаков В.А., Новиков Ю.М., Константинов С.Б., Мартынов М.Б. Применение комбинированных пористо-сетчатых материалов в конструкции внутрибаковых устройств двигательных установок космических аппаратов, верхних ступеней ракет-носителей и разгонных блоков. — Вестник Сибирского государственного аэрокосмического ун-та им. академика М.Ф.Решетнева. 2011, №3 (36), с. 122–126.
3. Лойцанский Л.Г. Механика жидкости и газа. М. «Наука», 1970, 904 с.
4. Корольков А.В., Сапожников В.Б. Некоторые задачи прикладной промышленной математики в инженерном обеспечении космических полетов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2016, т. 23, в. 4, с. 363–366.