

С. С. Перелевский, Е. А. Пчелинцев (Томск, НИ ТГУ).
Адаптивное асимптотически эффективное оценивание в непараметрической неоднородной регрессии.

Пусть наблюдаемый процесс, как и в [1], описывается уравнением

$$y_j = S(x_j) + \sigma_j \xi_j, \quad 1 \leq j \leq n, \quad (1)$$

где $S(\cdot) \in W_r^k$ — неизвестная функция, которую требуется оценить.

В [1] для оценивания функции S предложена оценка вида

$$S_\lambda^*(x) = \sum_{j=1}^{j_0} \lambda(j) \theta_{j,n}^* \phi_j(x) + \sum_{j=j_0+1}^{[\omega_\alpha]} \lambda(j) \hat{\theta}_{j,n} \phi_j(x). \quad (2)$$

В [2] предложена процедура выбора модели S^* для оценивания функции S в модели (1) на основе улучшенных оценок (2). И доказано оракульное неравенство для среднеквадратического риска этой процедуры выбора модели. В данной работе доказана следующая теорема об асимптотической эффективности процедуры выбора модели S^* в минимаксном смысле.

Теорема. *При некоторых условиях на модель (1) робастный среднеквадратический риск процедуры выбора модели S^* удовлетворяет следующему асимптотическому равенству*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{2k/(2k+1)} \sup_{S \in W_r^k} \frac{R(S^*, S)}{\gamma_k(S)} = 1, \quad (3)$$

где $\gamma_k(S)$ — константа Пинскера, определенная в [3].

В таблице приведены результаты моделирования среднеквадратических рисков по $N = 1000$ реализациям процедур выбора модели, построенным на основе предложенных улучшенных оценок (2) при увеличении числа наблюдений n , которые показывают численное подтверждение теоремы.

Таблица. Эмпирические квадратические риски

n	5	10	101	401	1001	2001
$n^{2k/(2k+1)} \frac{R(S^*, S)}{\gamma_k(S)}$	58,9	27,1	8,1	2,2	1,1	1,05

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-01-00121 А) и Минобрнауки (госзадание № 2.3208.2017/4.6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перелевский С. С., Пчелинцев Е. А. Адаптивное улучшенное оценивание функции гетероскедастичной регрессии в непрерывном времени. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2015, т. 23, в. 3, с. 491–492.

2. Перелевский С. С., Пчелинцев Е. А. Улучшенная процедура выбора модели для оценивания функции регрессии по дискретным данным. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2016, т. 23, в. 4, с. 376–377.
3. Galtchouk L., Pergamenshchikov S. Adaptive asymptotically efficient estimation in heteroscedastic nonparametric regression. — J. Korean Statistical Society, 2009, v. 38, № 4, p. 305–322.