ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 24 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2017

Е. В. Бычков (Челябинск, ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)»). **Метод Галеркина для IMBq уравнения.**

Пусть Ω — ограниченная область с гладкой границей. Для простоты положим, что Ω промежуток из $\mathbb{R}$ длины l. Рассмотрим в цилиндре $Q = \Omega \times \mathbb{R}_+$ нелинейное уравнение Буссинеска

$$(\lambda - \Delta)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha^2 \Delta u + \Delta(u^3) \tag{1}$$

с начальными условиями

$$u(x,0) = u_0(x), \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = u_1(x) \tag{3}$$

и краевым условием

$$u(x,t) = 0, \quad \forall (x,t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_+. \tag{4}$$

Уравнение IMBq (1) допускает солитонные решения в локальном масштабе для взаимодействующих волн, меняющих фазы, но не меняющих форму. Р. Хирота, в свою очередь, занимался изучением аналитическим описанием солитонов. Однако, данный подход был бы не в состоянии сполна описать их природу [1]. На основе подхода, предложенного Ж.-Л. Лионсом [2], доказана

Теорема. Пусть

$$\lambda \notin \sigma(\Delta),$$

$$u_0 \in H_0^1(\Omega) \cap L^4(\Omega), \tag{5}$$

$$u_1 \in L^2(\Omega). \tag{6}$$

Тогда существует решение задачи (1)–(4) такое, что

$$u \in L^\infty(0, T, H_0^1(\Omega) \cap L^4(\Omega)), \tag{7}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \in L^\infty(0, T, L^2(\Omega)). \tag{8}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hirota R.* Exact N-soliton solutions of the wave equation of long waves in shallow-water and in nonlinear lattices. — J. Math. Phys., 1973, № 14, с. 810–814.
2. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972.