ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 24 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2017

Ю. Л. Павлов, **И. А. Чеплюкова** (Петрозаводск, ИПМИ КарНЦ РАН). **О степенях вершин условных конфигурационных графов.**

Рассмотрим конфигурационный граф с N вершинами, степени которых $\xi_1,\ldots,\xi_N$ — независимые одинаково распределенные случайные величины такие, что

$$p_k = \mathbf{P}\{\xi_i = k\} = k^{-\tau} - (k+1)^{-\tau}, \tag{1}$$

где $i = 1,\ldots,N$, $k = 1,2,\ldots$, τ — положительный параметр. В случае необходимости для обеспечения четности суммы степеней вершин в граф вводится вспомогательная вершина единичной степени. Пусть τ — случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[a,b]$, $0<a<b<\infty$. Тогда

$$p_1 = 1 - \frac{1}{(b-a)\ln 2}\left(\frac{1}{2^a} - \frac{1}{2^b}\right),$$

$$p_k = \frac{1}{(b-a)\ln k}\left(\frac{1}{k^a} - \frac{1}{k^b}\right) - \frac{1}{(b-a)\ln(k+1)}\left(\frac{1}{(k+1)^a} - \frac{1}{(k+1)^b}\right),$$

$k = 2,3,\ldots$ Обозначим μ_r и $\eta_{(N)}$ случайные величины, равные, соответственно, числу вершин заданной степени r и максимальной степени вершины. При условии, что сумма степеней основных вершин графа ограничена: $\xi_1+\cdots+\xi_N \leqslant n$, найдены предельные распределения μ_r и $\eta_{(N)}$ при различных соотношениях между стремящимися к бесконечности N и n. Приведем один из полученных результатов.

Теорема. *Пусть* $m = \mathbf{E}\xi_1$, $\sigma^2 = \mathbf{D}\xi_1$, $H(x) = \sum_{k=2}^{\infty}(k^x \ln k)^{-1}$. *Пусть* $N\to\infty$ *и выполнено одно из следующих условий*:

1. $a>2$, $(n-Nm)/(\sigma\sqrt{N}) \to \infty$;
2. $a>2$, $(n-Nm)/(\sigma\sqrt{N}) = O(1), r = m$;
3. $a=2$, $(n-Nm)/\sqrt{N\ln\ln N} \geqslant -C > -\infty$;
4. $1<a<2$, $(n - N(b-a-H(a)-H(b))/(b-a))(N\ln N)^{-1/a} \geqslant -C > -\infty$;
5. $a=1$, $n/N \geqslant C > (b-H(b))(1-p_r)/(b-1) - rp_r$,

где C *— некоторая положительная постоянная. Тогда*

$$\mathbf{P}\{\mu_r = k\} = \frac{e^{-u^2/2}(1+o(1))}{\sqrt{2\pi N p_r(1-p_r)}}$$

равномерно относительно целых k *таких, что* $u = (k-Np_r)/\sqrt{Np_r(1-p_r)}$ *лежит в любом фиксированном конечном интервале.*

Доказательства полученных результатов существенно опираются на использование обобщенной схемы размещения частиц по ячейкам, введенной и подробно исследованной В. Ф. Колчиным (см., например, [1]). В случае, когда параметр τ распределения (1) не является случайной величиной, подобные задачи решались в [2, 3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00005а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колчин В. Ф.* Случайные графы. М.: Физматлит, 2000, 256 с.
2. *Павлов Ю. Л.*, *Чеплюкова И. А.* Случайные графы Интернет-типа и обобщенная схема размещения. — Дискретн. матем., 2008, т. 20, в. 3, с. 3–18.
3. *Павлов Ю. Л.* Об условных Интернет-графах, степени вершин которых не имеют математического ожидания. — Дискретн. матем., 2010, т. 22, в. 3, с. 20–33.