ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 26 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2019

В. Г. Михайлов, **Н. М. Меженная** (Москва, МИ РАН, МГТУ им. Н. Э. Баумана). **Достаточные условия асимптотической нормальности U-статистики от стационарной последовательности в схеме серий.**

Пусть $(X_{n,t})_{t=-\infty}^{\infty}$ при каждом $n = 1, 2, \ldots$ — стационарная последовательность вещественных случайных величин, удовлетворяющая *условию абсолютной регулярности*

$$\beta_n(t) = \mathbf{E}\Big\{ \sup_{A \in \mathcal{F}_t^{\infty}} \big|\mathbf{P}\{A \,|\, \mathcal{F}_{-\infty}^0\} - \mathbf{P}\{A\}\big|\Big\} \downarrow 0, \qquad t \to \infty,$$

где $\mathcal{F}_a^b$ — σ-алгебра событий, порожденная величинами $X_a, \ldots, X_b$. Отметим, что условие абсолютной регулярности несколько слабее *условия равномерного сильного перемешивания*

$$\varphi_n(t) = \sup_{A \in \mathcal{F}_t^{\infty}, B \in \mathcal{F}_{-\infty}^0} \big|\mathbf{P}\{A \,|\, B\} - \mathbf{P}\{A\}\big| \downarrow 0, \qquad t \to \infty,$$

и

$$\beta_n(t) \leqslant \varphi_n(t).$$

Пусть $f_n(x, y) : \mathbb{R}\times\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ — ограниченная симметрическая измеримая функция:

$$|f_n(x, y)| \leqslant F_n < \infty, \quad f_n(x, y) = f_n(y, x).$$

Функционал, называемый *U-статистикой с ядром* $f_n(x, y)$, задается формулой

$$U_n = U_n(X_{n,1}, \ldots, X_{n,n}) = \sum_{1 \leqslant i < j \leqslant n} f_n(X_{n,i}, X_{n,j})$$

(в отличие от традиционного определения [1, 2] здесь опущен множитель $1/\,C_n^2$ перед суммой).

Теорема. *Пусть существуют такие константа F и номер $n_0 \geqslant 1$, что*

$$F_n \leqslant F \quad \text{при} \quad n \geqslant n_0,$$

а распределение стационарной последовательности $(X_{n,t})_{t=-\infty}^{\infty}$ и измеримая функция $f_n(x, y)$ меняются при $n \to \infty$ так, что

$$\beta_n(t) \leqslant t^{-h(t)}, \quad \mathbf{D}\,U_n \geqslant Cn^{2+\varkappa}, \qquad C, \varkappa > 0,$$

где положительная функция $h(t) \to \infty$ при $t \to \infty$. Тогда моменты и функция распределения случайной величины

$$\frac{U_n - \mathbf{E}U_n}{\sqrt{\mathbf{D}\,U_n}}$$

сходятся к моментам и функции распределения стандартного нормального закона.

При доказательстве теоремы был использован метод, разработанный в [3–5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hoeffding W.* A class of statistics with asymptotically normal distribution. — Ann. Math. Statist., 1948, v. 19, № 3, p. 293–325.
2. *Королюк В. С.*, *Боровских Ю. В.* Теория U-статистик. Киев: Наукова Думка, 1989, 384 с.
3. *Janson S.* Normal convergence by higher semiinvariants with applications to sums of dependent random variables and random graphs. — Ann. Probab., 1988, v. 16, № 1, p. 306–312.
4. *Михайлов В. Г.* Об одной теореме Янсона. — Теория вероятн. и ее применен., 1991, т. 36, в. 1, с. 168–170.
5. *Тихомирова М. И.*, *Чистяков В. П.* Об асимптотической нормальности некоторых сумм зависимых случайных величин. — Дискретн. матем., 2015, т. 27, в. 4, с. 141–149.