

В. А. Зотов (Москва, МАИ). **Истечение жидкости из перевернутых конусов.**

Пусть вязкая несжимаемая жидкость вытекает из двух открытых сверху взаимно перевернутых усеченных конусов одинаковой высоты H с радиусами верхних и нижних оснований $\{R_1; R_2\}$ и $\{R_2; R_1\}$ соответственно.

Скорость истечения жидкости определяется законом Торричелли

$$V(k) = \mu \sqrt{2gh},$$

где μ — коэффициент расхода жидкости ($0 < \mu < 1$); $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения; $h(t)$ — высота уровня жидкости в сосуде, вычисляемая из решения задачи Коши

$$S(h) \frac{dh}{dt} + \pi r^2 V(h) = 0; \quad h(0) = H.$$

При этом площадь поперечного сечения $S(h)$ в первом случае имеет вид

$$S_1(h) = \pi \left(R_1 + \frac{R_2 - R_1}{H} h \right)^2,$$

а во втором

$$S_2(h) = \pi \left(R_2 + \frac{R_1 - R_2}{H} h \right)^2.$$

Время истечения жидкости находится из условия

$$h(T) = 0$$

и равно

$$T_1 = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{2H}{g}} \frac{8R_1^2 + 4R_1R_2 + 3R_2^2}{15r^2}, \quad (1)$$

$$T_2 = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{2H}{g}} \frac{3R_1^2 + 4R_1R_2 + 8R_2^2}{15r^2}, \quad (2)$$

Из уравнений (1), (2) следует, что, во-первых,

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{2H}{g}} \frac{R_1^2 - R_2^2}{3r^2}, \quad (3)$$

а, во-вторых,

$$T_1 = f(k)T_2, \quad (4)$$

где

$$f(k) = \frac{8k^2 + 4k + 3}{3k^2 + 4k + 8}; \quad k = \frac{R_1}{R_2}. \quad (5)$$

Следовательно,

$$T_1 > T_2,$$

если

$$R_1 > R_2,$$

и

$$\frac{3}{8} < \frac{T_1}{T_2} < \frac{8}{3}.$$

Например, для отношения

$$R_1 = 2R_2$$

справедливо условие

$$T_1 = \frac{43}{28}T_2 \approx 1,5T_2.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зотов В. А. Обобщенная модель истечения жидкости из резервуара. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2018, т. 25, в. 3, с. 248–249.
2. Зотов В. А. Истечение жидкости из конуса. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2019, т. 26, в. 1, с. 72–73.