ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 26 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2019

Г. С. Осипов, Е. В. Осипова (Южно-Сахалинск СахГУ; Санкт-Петербург, ФМЛ № 30). **О решении обратных задач с нечеткими соответствиями.**

Представим реляционное уравнение (левое) как композицию нечетких соответствий:

$$x \circ g = y, \quad x \in \mathbb{R}^{mn}_{[0,1]}, \quad g \in \mathbb{R}^{n,k}_{[0,1]}, \quad y \in \mathbb{R}^{mk}_{[0,1]}. \tag{1}$$

Очевидно, уравнение (1) представляет собой k независимых систем из m нечетких полиномиальных уравнений, которые, например, с использованием треугольных норм, могут быть записаны следующим образом:

$$\Big\{ \max_j \big(T(x_{ij}, g_{jl})\big) = y_{il} (i = \overline{1,m}; j = \overline{1,n}) \qquad l = \overline{1,k}.$$

При $i = fix$, $l = fix$ имеем отдельные нечеткие полиномиальные уравнения вида:

$$\max_j \big(T(x_j, g_j)\big) = y \qquad (j = \overline{1,n}) \tag{2}$$

для которых справедливы следующие утверждения:

1. Для того, чтобы уравнения вида (2) имели решение $(x_1^0, x_2^0 \cdots x_n^0)$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие.

$$\exists q\,(1 \leqslant q \leqslant n) : g_q \geqslant y.$$

Необходимость $(\exists (x_1^0, x_2^0 \cdots x_n^0) \Rightarrow \exists q\,(1 \leqslant q \leqslant n) : q_q \geqslant y)$:

Пусть $(x_1^0, x_2^0 \cdots x_n^0)$ — решение уравнения (2). Тогда найдется по крайней мере одно число $1 \leqslant q \leqslant n$ для которого выполняется равенство $T(x_q^0, g_q) = y$, а это значит, что $g_q \geqslant y$.

Достаточность $(\exists q\,(1 \leqslant q \leqslant n) : g_q \geqslant y \Rightarrow \exists (x_1^0, x_2^0 \cdots x_n^0))$:

Пусть $\exists q\,(1 \leqslant q \leqslant n) : g_q \geqslant y$. Тогда хотя бы одно из уравнений $T(x_q, g_q) = y$, имеет решение, следовательно для (2):

$$\max_j \big(T(x_j, g_j)\big) = \max \big(T(x_1, g_1) \leqslant y, \quad T(x_2, g_2) \leqslant y, \ldots, T(x_q, g_q,) = y, \ldots) = y.$$

2. Компоненты максимального решения уравнений определяются следующим образом:

$$\overline{x}_j^0 = \left\{ \begin{array}{c|l} 1 & g_j \leqslant y \\ \hline r & g_j > y \end{array} \right. \qquad (j = \overline{1,n}),$$

где

$$\left\{ \begin{array}{c|l} y & M(x_j, g_j) \\ \hline y/g_j & P(x_j, g_j) \\ \hline y - g_j + 1 & W(x_j, g_j) \end{array} \right. .$$

Здесь M, P и W — логическое, алгебраическое и граничное произведение, соответственно.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2019 г.

3. Компоненты минимального решения уравнений:

$$\underline{x}_j^0(k) = \begin{cases} 0 & g_j < y \\ \left[\begin{array}{c} r \\ 0 \end{array}\right. & \begin{array}{c} i = Q_k \\ i \neq Q_k \end{array} \end{cases} ; \quad (j = \overline{1,n}; k = \overline{1|Q|}),$$

где $Q = \{j : g_j \geqslant y (j = \overline{1,n})\}$.

В качестве примера решим многокаскадное уравнение с композицией нечетких соответствий вида:

$$x \circ a \circ b = y^0. \tag{3}$$

Пусть [1]:

$$a = \begin{pmatrix} 0,75 & 0,44 & 0,62 \\ 0,73 & 0,61 & 0,91 \\ 0,44 & 0,80 & 0,57 \\ 0,84 & 0,88 & 0,53 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0,92 & 0,85 \\ 0,77 & 0,75 \\ 0,56 & 0,66 \end{pmatrix}; \quad y^0 = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,47 \\ 0,50 & 0,45 \end{pmatrix}.$$

При использовании в качестве импликации граничного произведения уравнение (3) примет вид:

$$\max_{j=\overline{1,4}} \Big(\max \big(x_{ij} + \max_{p=\overline{1,3}} \big(\max(a_{jp} + b_{pl} - 1, 0) \big) - 1, 0 \big) \Big) = y_{il}^0; \qquad (i, l = 1, 2).$$

Получили две системы $(l = 1, 2)$ из двух уравнений $(i = 1, 2)$. Решение в среде Wolfram Mathematica [2]

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{c|c|c|c} 0 \leqslant x_{11} < 0,87 & 0 \leqslant x_{12} < 0,89 & 0 \leqslant x_{13} \leqslant 0,92 & x_{14} = 0,78 \\ \hline x_{11} = 0,87 & \left[\begin{array}{c} 0 \leqslant x_{12} < 0,89 \\ \hline x_{12} = 0,89 \end{array}\right. & \begin{array}{c} 0 \leqslant x_{13} \leqslant 0,92 \\ \hline 0 \leqslant x_{13} \leqslant 0,92 \end{array} & \begin{array}{c} x_{14} = 0,78 \\ \hline \leqslant x_{14} = 0,78 \end{array} \\ \hline x_{21} = 0,83 & 0 \leqslant x_{22} < 0,85 & x_{23} = 0,90 & 0 \leqslant x_{24} = 0,74 \\ \hline 0 \leqslant x_{21} < 0,83 & \left[\begin{array}{c} 0 \leqslant x_{22} < 0,85 \\ \hline x_{22} = 0,85 \end{array}\right. & \begin{array}{c} x_{23} = 0,90 \\ \hline x_{23} = 0,90 \end{array} & \begin{array}{c} x_{24} = 0,74 \\ \hline 0 \leqslant x_{24} \leqslant 0,74 \end{array} \end{array}\right. \end{cases}.$$

Решение обратных задач с нечеткими соответствиями является базовой составляющей нечетких диагностических экспертных систем, находящих применение в технике, медицине и других предметных областях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осипов Г.С.* Нечеткая модель подбора факультативов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2019, т. 26, в. 1, с. 83–84. URL: http:// www.tvp.ru/conferen/vsppmXX/kidso003.pdf (дата обращения: 14.07.2019)
2. *Осипов Г. С.*, *Вашакидзе Н. С.*, *Филиппова Г. В.* О решении обратных задач для нечетких соответствий в среде Wolfram Mathematica. — Постулат, 2018, № 1 (27), с. 42. DOI: 10.18411/Postulat-2018-1. idSP: http://sp-identifier.ru/000001postulat-2018-1