ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 26 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2019

М. Б. Гончаренко (Москва, ВМК МГУ). **О связи двух представлений сигнала с шумом в виде конечной нормальной смеси в форме стохастического дифференциального уравнения.**

При анализе данных, порожденных сложными системами, крайне важно использовать наиболее реалистичную модель шума. Далеко не всегда распределение шума заранее известно, а подчас сам вид распределения может изменяться со временем, отражая сложную динамику происходящих процессов. Такое поведение присуще как волатильности биржевых котировок, так и данным физиологических показателей человека во время выполнения эксперимента (см. [1]). Аппарат конечных нормальных смесей дает возможность построить гибкую модель шума в столь сложных сигналах.

В данной работе рассмотрено два представления случайных процессов с шумом в виде конечной нормальной смеси в форме стохастического дифференциального уравнения. Первая модель предполагает мгновенные переключения компонент в процессе Ито

$$dX_t = \mu(t,\omega)\,dt + \sigma(t,\omega)\,dW_t,$$

где

$$(\mu(t,\omega),\sigma(t,\omega)) = \begin{cases} (\mu_1(t),\sigma_1(t)) \text{ с вероятностью } \alpha_1 \\ \vdots \\ (\mu_m(t),\sigma_m(t)) \text{ с вероятностью } \alpha_m. \end{cases} \tag{1}$$

В обоих случаях случайный процесс $\{X_t\}$ имеет распределение в виде конечной нормальной смеси, т. е. имеет плотность

$$p(t,x) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \cdot \frac{1}{\sigma_i(t)} \varphi\Big(\frac{x-\mu_i(t)}{\sigma_i(t)}\Big),$$

где $\varphi(x)$ — плотность стандартного нормального распределения, $x \in \mathbb{R}$, $\alpha_i \geqslant 0$ — веса компонент, удовлетворяющие условию $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1$.

В работе [2] рассматривается другой подход к конструированию СДУ случайного процесса с конечномерными распределениями в виде смеси, которое имеет вид

$$dX_t = \mu(t,X_t)\,dt + \sigma(t,X_t)\,dW_t. \tag{2}$$

При этом коэффициента сноса и диффузии имеют следующие выражения

$$\mu(t,x) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i \mu_i(t,x)\, p_i(t,x)}{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i p_i(t,x)},$$

$$\sigma(t,x) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i \sigma_i^2(t,x)\, p_i(t,x)}{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i p_i(t,x)}.$$

Можно показать, что представление (2) является марковской проекцией (1). Данный факт позволяет исследовать взаимозаменяемость моделей (1) и (2) в самых разнообразных приложениях.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-07-00252).

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2019 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гончаренко М. Б.* Оценка формы отклика в сигналах магнитоэнцефалограмм с шумом в виде конечной нормальной смеси. — Системы и средства информатики, 2918, т. 28, в. 3, с. 72–85.

2. *Алекритский Д. И.* Стохастические дифференциальные уравнения для случайных процессов со смешанными гауссовскими распределениями. — Вестник Пермского университета, 2013, т. 25, в. 2, с. 73–90.