

А. А. Фисак (Москва, ВМК МГУ). **Об оптимальных размещениях станций обслуживания на отрезке вещественной прямой.**

При решении задачи оптимального размещения станций обслуживания ключевую роль играет критерий, используемый для оценки оптимальности. В задачах размещения на отрезках прямой линии, где координата вызова определяется случайной величиной ξ с плотностью распределения ρ , принято минимизировать значение $E \min_{1 \leq i \leq n} |\xi - x_i|^s$ (здесь s — положительный параметр). Оказывается, что точное решение задачи минимизации такого критерия возможно только в самых простых моделях, что приводит к необходимости перехода к менее точным, но достижимым результатам.

В данной работе приведены решения точной задачи оптимального размещения станций обслуживания на отрезке для двух случаев: размещения произвольного числа станций в случае постоянной плотности распределения вызовов, а также размещения двух станций в случае линейной плотности распределения вызовов; приведено и доказано необходимое условие оптимального размещения:

$$\int_{d_i}^{x_i^*} \rho(u)(x_i^* - u)^{s-1} du = \int_{x_i^*}^{d_{i+1}} \rho(u)(u - x_i^*)^{s-1} du, \quad i = 1, \dots, n,$$

где x_i^* — координаты станций обслуживания, d_1 и d_{n+1} — левая и правая границы основного отрезка соответственно,

$$d_{i+1} = \frac{x_i^* + x_{i+1}^*}{2}, \quad i = 1, \dots, n-1.$$

С помощью этого необходимого условия приводится алгоритм размещения станций обслуживания, являющийся наиболее эффективным из полученных на сегодняшний день — асимптотически оптимальным второго порядка, то есть удовлетворяющим условию

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\varphi(x) - \varphi(x^*))n^{s+1} = 0.$$

Здесь x — это вектор предложенных координат для n станций обслуживания, а x^* — это вектор неизвестных координат оптимально размещенных станций. Предложенный отступ от оптимального значения быстро сокращается по мере роста числа станций и является успешно применимым на практике, и кроме того, благодаря выбору параметра s модель становится более гибкой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-07-00252).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Захарова Т. В., Фисак А. А.* Об оптимальных размещениях станций обслуживания. — Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика, 2018, в. 2, с. 40–47.
2. *Fisak A. A., Zakharova T. V.* Asymptotically optimal service station arrangements for a parametric family of criteria. — J. Math. Sci., 2019, v. 237, № 6, p. 766–774.