

А. В. Н е к л ю д о в (Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана). **Об отсутствии глобальных решений нелинейного уравнения 4-го порядка типа Гаусса-Бибербаха-Радемахера.**

УДК 517.956

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022_29_1_1

Резюме: Рассматриваются достаточные условия отсутствия глобальных решений двумерного уравнения с бигармоническим оператором и экспоненциальной нелинейностью. Условия отсутствия решений формулируются в терминах убывания коэффициента при нелинейном члене уравнения.

Ключевые слова: Уравнение Гаусса, уравнение Бибербаха-Радемахера, разрушение решений, отсутствие решений.

Уравнение Гаусса, называемое также уравнением Бибербаха-Радемахера,

$$\Delta u = k(x)e^u$$

изучалось различными авторами с точки зрения отсутствия глобальных решений или решений в неограниченных областях [1]–[5] при различных условиях убывания положительной функции $k(x)$ на бесконечности. Как правило, для степенного убывания $k(x) \geq k_0|x|^{-\alpha}$ критическим показателем, обеспечивающим отсутствие решений, является значение $\alpha = 2$. Исключением является одномерный случай [5], для которого отсутствие глобальных решений имеет место при любом $\alpha > 0$.

В настоящей работе рассматривается вопрос об отсутствии на плоскости глобальных решений уравнения четвертого порядка

$$\Delta^2 u = k(x)e^u, \quad x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2. \quad (1)$$

Теорема. Пусть $k(x) > 0$ для $x \in \mathbb{R}^2$; при $|x| > 1$ выполнено условие

$$k(x) \geq k_0|x|^{-\alpha}, \quad \alpha > 4; \quad k_0 = \text{const} > 0.$$

Тогда уравнение (1) не имеет глобального решения $u(x)$ на плоскости.

Доказательство проводится методом нелинейной емкости Митидиери-Похожаева [6], основанного на выборе оптимальных пробных функций для уравнения (1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веква И. Н. О некоторых свойствах решений уравнения Гаусса. — Труды матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1961, т. 64, с. 5–8. // *Vekua I. N. Some properties of solutions of Gauss's equation. — Trudy Mat. Inst. Steklov (Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics.)* 1961, v. 64, p. 5–8. (In Russian.)
2. Олейник О. А. Об уравнении $\Delta u + k(x)e^u = 0$. — УМН, 1978, т. 33, в. 2, с. 203–204. // *Oleinik O. A. The equation $\Delta u + k(x)e^u = 0$. — Russian Math. Surveys, 1978, v. 33, is. 2, p. 243–244.*
3. Usami H. Note on the inequality $\Delta u \geq k(x)e^u$ in $\mathbb{R}^N$. — *Hiroshima Math. J.*, 1988, v. 18, p. 661–668.

4. *Kuo-Shung Cheng, Chang-Shou Lin.* On the Conformal Gaussian Curvature Equation in $\mathbb{R}^2$. — Journal of differential equations., 1998, v. 146, p. 226–250.
5. *Неклюдов А. В.* Об отсутствии глобальных решений уравнения Гаусса и решений во внешних областях. — Изв. вузов. Матем., 2014, в. 1, с. 55–60. // *Neklyudov A. V.* On the absence of global solutions to the gauss equation and solutions in external areas. — Russian Mathematics, 2014, v. 58, p. 47–51.
6. *Митидиери Э., Похожаев С. И.* Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных. — Труды матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 2001, т. 234, с. 3–383. // *Mitidieri E., Pokhozhaev S. I.* A priori estimates and the absence of solutions of nonlinear partial differential equations and inequalities. — Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, 2001, v. 234, p. 1–362.

UDC 517.956

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2022.29.1.1

***Neklyudov A. V.* (Moscow, Bauman State Technical University). On the absence of global solutions of the Gauss-Bieberbach-Rademacher type equation of the 4-th order.**

Abstract: We consider conditions under which the biharmonic equation with the exponential nonlinearity has no global solutions on plane. The condition for the absence of solutions is obtained in terms of the decrease in the coefficient in the nonlinear term of the equation.

Keywords: Gauss equation, Bieberbach-Rademacher equation, absence of solutions, destruction of solutions.