ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 30 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2023

А. В. Неклюдов (Москва, МГТУ им. Н. Э. Баумана). **Об отсутствии периодических по всем переменным, кроме одной, глобальных решений нелинейного уравнения 4-го порядка типа Гаусса.**

УДК 517.956 DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2023_30_1_1

Резюме: Рассматриваются условия отсутствия глобальных решений нелинейного бигармогического уравнения с экспоненциальной нелинейностью, периодических по всем переменным, кроме одной. Условия отсутствия решений формулируются в терминах убывания коэффициента при нелинейности.

Ключевые слова: отсутствие решений, разрушение решений, уравнение Бибербаха–Радемахера, уравнение Гаусса.

Уравнение Гаусса (Гаусса–Бибербаха–Радемахера),

$$\Delta u = k(\mathbf{x})\, e^{u}$$

изучалось различными авторами с точки зрения отсутствия глобальных решений или решений в неограниченных областях [1–5] при различных условиях убывания положительного коэффициента $k(\mathbf{x})$ на бесконечности. Как правило, для степенного убывания $k(\mathbf{x}) \geqslant k_0\,|\mathbf{x}|^{-\alpha}$ критическим показателем, обеспечивающим отсутствие решений, является значение $\alpha = 2$. Исключением является одномерный случай [5], для которого отсутствие глобальных решений имеет место при любом $\alpha > 0$.

В работе, представленной данным сообщением, рассматривается вопрос об отсутствии на плоскости глобальных решений уравнения

$$\Delta^2 u = k(\mathbf{x})\, e^{u}, \qquad \mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

четвертого порядка, периодических по всем переменным, кроме одной.

Теорема. *Пусть* $k(\mathbf{x}) > 0$ *для* $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$; *при* $|x_1| > 1$ *выполнено условие*

$$k(\mathbf{x}) \geqslant k_0 \exp\bigl\{-\alpha(x_1)\,|x_1|^3\bigr\},$$

где $\alpha(x_1) > 0$, $\alpha(x_1) \to 0$ *при* $x_1 \to \pm\infty$; $k_0 = \mathrm{const} > 0$; $k(\mathbf{x})$ *— функция, периодическая по переменным* $x_2, \ldots, x_n$ *с периодом* 1. *Тогда не существует глобального* 1*-периодического по* $x_2, \ldots, x_n$ *решения уравнения* (1).

Доказательство проводится методом нелинейной емкости Митидиери–Похожаева [6] с использованием дифференциального неравенства для средних значений решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Векуа И. Н.* О некоторых свойствах решений уравнения Гаусса. — Тр. матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 1961, т. 64, с. 5–8. // *Vekua I. N.* Some properties of solutions of Gauss's equation. — Proc. Steklov Inst. Math., 1961, v. 64, p. 5–8. (In Russian.)

2. *Олейник О. А.* Об уравнениии $\Delta u + k(x)\, e^u = 0$. — Успехи матем. наук, 1978, т. 33, в. 2, с. 203–204. // *Oleinik O. A.* The equation $\Delta u + k(x)\, e^u = 0$. — Russian Math. Surveys, 1978, v. 33, is. 2, p. 243–244.
3. *Usami H.* Note on the inequality $\Delta u \geqslant k(x)\, e^u$ in $\mathbb{R}^N$. — Hiroshima Math. J., 1988, v. 18, p. 661–668.
4. *Kuo-Shung Cheng*, *Chang-Shou Lin.* On the conformal Gaussian curvature equation in $\mathbb{R}^2$. — J. Differential Equations., 1998, v. 146, is. 1, p. 226–250.
5. *Неклюдов А. В.* Об отсутствии глобальных решений уравнения Гаусса и решений во внешних областях. — Изв. вузов. Матем., 2014, в. 1, с. 55–60. // *Neklyudov A. V.* On the absence of global solutions to the Gauss equation and solutions in external areas. — Russian Mathematics (Izvestiya VUZ. Matematika), 2014, v. 58, p. 47–51.
6. *Митидиери Э.*, *Похожаев С. И.* Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных. — Тр. матем. ин-та им. В. А. Стеклова, 2001, т. 234, с. 3–383. // *Mitidieri E.*, *Pokhozhaev S. I.* A priori estimates and the absence of solutions of nonlinear partial differential equations and inequalities. — Proc. Steklov Inst. Math., 2001, v. 234, p. 1–362.

UDC 517.956 DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2023_30_1_1

Neklyudov A. V. (Moscow, Bauman State Technical University)**. On the absence of periodic global solutions to a Gauss type nonlinear fourth-order equation in all except one variables.**

Abstract: Conditions for the absence of global solutions of a nonlinear bi-harmonic equation with exponential nonlinearity, which are periodic in all except one variables are considered. The conditions for the absence of solutions are formulated in terms of the decreasing in the coefficient under nonlinearity.

Keywords: absense of solutions, Bierbach-Rademacher equation, destruction of solutions, Gauss equation.